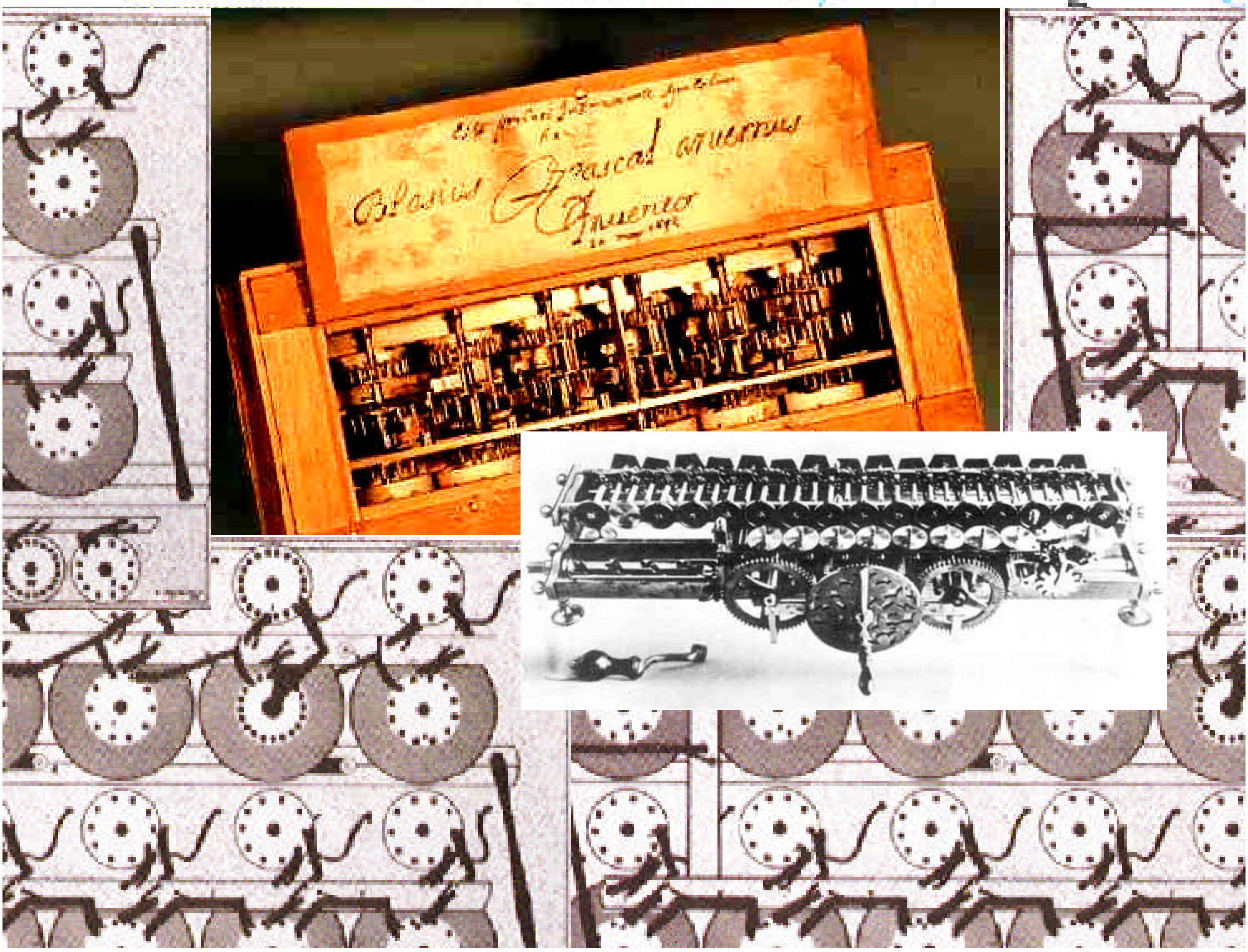

12345
67890



HISTORIA DE LA PREINFORMÁTICA:

De los primeros guarismos a la máquina de Leibniz

TRABAJO REALIZADO POR:

José Miguel Zapata García

Juan Pablo Campillo Cañizares

ÍNDICE

PRIMERA PARTE

SEGUNDA PARTE

INTRODUCCIÓN

Decía el famoso escritor Aldous Huxley que *"quizás los hombres geniales son los únicos hombres verdaderos. En toda la historia de la raza humana sólo ha habido unos pocos miles de verdaderos hombres (...). Sin la ayuda de los verdaderos hombres, casi no habríamos encontrado nada"*. No hace falta estar de acuerdo con Huxley para percatarse de cuán importantes han sido todos aquellos inventos y descubrimientos aportados por las más brillantes mentes de la historia del pensamiento humano. Podríamos entonces llamar "verdaderos humanos" a quienes han contribuido con su ingenio a construir, digamos, "la verdadera humanidad". No entendiéndose con ello que son los genios los auténticos humanos (afirmación que, mal entendida, podría rozar el limbo del fascismo), sino que son ellos los auténticos protagonistas del desarrollo de nuestra sociedad. Así pues, aunque la situación actual no se puede catalogar precisamente de perfecta, ciertamente sí que somos testigos de cómo todas esas aportaciones científicas han servido de base para la constitución de la actual situación de la humanidad; en particular, de su tecnología y su capacidad de tratar y comunicar información a través de complejos dispositivos informáticos. Todo ello a partir de un paulatino camino que, desde el lejano y oscuro nacimiento del hombre, ha sido caracterizado por pequeñas aportaciones que han ido elevando la tecnología a un nivel cada vez mayor. Un jardín sembrado y cuidado durante muchos años que ha empezado a florecer, y del que todavía no hemos terminado de recoger sus frutos.

Lo que queremos, pues, con este trabajo es explicar esos primeros tiempos en los que comenzó la siembra del jardín, y cómo, poco a poco, fueron germinando las semillas. Pretendemos contar cómo fueron los primeros intentos por comunicar y manejar la información, desde los primeros sistemas de escritura o aritmética a las primeras tentativas de poder construir una máquina apta para realizar operaciones matemáticas de modo automático, sin dejar de hablar, claro está, de todos aquellos pasos intermedios.

Sin más preámbulos, esperamos que el trabajo sea atractivo y didáctico para todo aquel que emprenda su lectura, y queremos decir que su realización ya lo ha sido para nosotros los autores.

Todos aquellos acontecimientos clave en la historia de, digamos, la preinformática helos aquí explicados en este trabajo:

LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

El contar:

Desde siempre, la humanidad se ha visto estrechamente vinculada a la matemática. Efectivamente, multitud de gestos y actividades de la vida diaria aluden a ideas aritméticas y a propiedades geométricas. En el habla y pensamiento ordinario utilizamos constantemente conceptos como cantidad, adición, sustracción, comparación, optimización, sucesión, continuidad, etc. Sin olvidar que el hombre, en especial el hombre contemporáneo, vive en permanente contacto con dos mundos saturados de matemática: la tecnología y la economía.

El hecho que mejor pone de manifiesto cuán arraigada está la matemática en nuestra especie es sin lugar a dudas el contar, proceso que además de frecuente se presenta en la historia del hombre tan temprano como el pensar y el hablar, ya que su aparición se remonta al lejano y desconocido origen del ser humano. Así lo atestigua la etnografía que, al estudiar al hombre prehistórico por comparación con los pueblos primitivos actuales y viceversa, no hace sino comprobar este hecho, observando que en el léxico de tales poblaciones tribales existe una serie de palabras que constituye un sistema de numeración para contar.

Además, el estudio de los pueblos primitivos actuales ha puesto de relieve que, a pesar de la gran variedad de sistemas de numeración existentes en dichos pueblos, todos ellos poseen una característica común que los diferencia de sistemas más sofisticados. Esa característica que, se cree, tenían los procedimientos para contar utilizados por el hombre prehistórico no consiste en una forma de correspondencia de tipo cuantitativo entre el conjunto de objetos a contar y un conjunto abstracto de referencia, sino que consiste en una especie de relación cualitativa de un signo a la cosa significada, utilizando una imagen concreta, ya que, según los expertos, no cabe el número abstracto en la mentalidad primitiva.

Debido a esto, en los pueblos no evolucionados, frecuentemente se recurre a ciertos objetos materiales: hojas secas, piedras, nudos en cuerdas, etc., que se hacen intervenir en los cálculos a la hora de contar. Estos objetos pueden considerarse los precursores de los instrumentos de calcular.

Pero, normalmente, con el paso del tiempo y debido a la frecuencia de uso de estos rudimentarios modos de contar, se ha ido forjando la idea abstracta de número en la mente de los individuos de muchas de estas primitivas sociedades y a la par se ha pasado de utilizar objetos materiales a utilizar una serie de signos gráficos para designar esas ideas abstractas de cantidades. Y al hacer uso de estos artificios numéricos, tanto de los primeros como de los segundos, no pocas veces se han visto en el compromiso de manejar cantidades numéricas tan grandes que han puesto de manifiesto lo poco prácticos que son sus particulares sistemas de numeración. Por eso, son muchas las sociedades humanas que en algún momento de su existencia han decidido emprender la búsqueda de un modo más práctico de contar, y, como si de una idea innata a todas estas culturas se tratara, han llegado todas ellas a la misma solución. Esta solución consiste en un sistema de numeración que tiene como piedra angular el concepto de base, concepto que procederé a explicar y describir en el siguiente apartado.

Conceptos de sistema de numeración y base.

En efecto, como apuntábamos en el apartado anterior, uno de los conceptos clave en la constitución de un sistema de numeración es el de base.

Un sistema numérico con base es uno que utiliza una pauta sistemática con tal de ordenar una serie de símbolos gráficos que, según su orden, van representando las distintas cantidades en orden creciente, siendo el primero de ellos aquel que representa al 0 o al 1. Esa pauta consiste en asignar unos signos determinados, llamados guarismos, a los primeros caracteres hasta cierta cantidad y, a partir del último guarismo, el sistema vuelve a empezar con las mismas cifras en el mismo orden, con la salvedad de que se le añade a cada una de ellas un signo adicional, y cada vez que se llega al último guarismo se le añade otro signo adicional distinto. La forma en que se suceden esos signos adicionales puede guardar la misma regla, es decir, que también guarda el mismo sistema numérico, o bien puede guardar cualquier otra pauta. Según el número de guarismos utilizados (contando el cero, aunque éste muchas veces no aparezca de forma explícita) tendremos una base distinta.

Por ejemplo, nuestro sistema de numeración, el decimal, consta de diez guarismos, por lo que su base es 10. Los guarismos son los siguientes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Y a continuación del guarismo 9 el sistema comienza de nuevo, salvo que a la izquierda se coloca el guarismo 1, teniendo inmediatamente posteriores al 9 las siguientes grafías: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19. De este modo cada 10 números, a partir del 0, se van colocando a la izquierda el 1, el 2, el 3 ... y así sucesivamente, siguiendo de nuevo el orden establecido por el sistema de numeración, distinguiéndose, según la posición del guarismo en el número, las unidades, las decenas, las centenas, etc. que todos nosotros conocemos. Es lo que se llama el principio posicional, por eso se dice que es un sistema posicional.

Con el mismo juego de guarismos se pueden constituir otros sistemas de base 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Y añadiendo nuevos guarismos podemos trabajar con bases de cardinal mayor.

Nuestro sistema de numeración es de los más sistemáticos y prácticos que existen. Pudiendo, no ya sólo contar con él, sino utilizar algoritmos muy manejables para hacer toda clase de operaciones, y también nos permite el lujo de poder representar conjuntos numéricos más abstractos y complicados que el de los números naturales, como son los números enteros, los racionales, los reales y los complejos.

En virtud de esta realidad, el matemático Kronecker afirmaba que “los números naturales los hizo Dios y el resto el hombre”.

Es posible que muchas importantes y avanzadas culturas humanas hubieran podido desarrollar su ciencia más de lo que la desarrollaron, si a la sazón hubieran poseído un sistema de numeración semejante al nuestro.

Tal caso es el de los romanos, que al no poder realizar ni las operaciones más sencillas con sus números, tenían que servirse de métodos manuales muy rudimentarios para sus cómputos.

En cuanto a la base, se sabe que en la gran mayoría de civilizaciones que hacen uso de ella, han escogido 5 o 10 como base. Este suceso no es fortuito ni fruto de la casualidad, pues, al parecer, es debido a que el hombre siempre ha utilizado sus dedos para contar, y todos sabemos que, hasta ahora, los seres humanos solemos tener cinco dedos en cada mano.

Hay algunas excepciones notables, como son la numeración babilónica que usaba 60 como base, y la numeración maya, que usaba 20, aunque con alguna irregularidad. Pero nótese que ¡20 y 60 son precisamente múltiplos de 10!

LOS DISTINTOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN DE LA HISTORIA

En esta sección veremos algunos sistemas de numeración de la Historia, viendo cómo eran, en qué circunstancias surgieron y cómo contribuyeron al progreso de la ciencia y la sociedad en las civilizaciones en las que surgieron.

La Prehistoria y los sumerios.

Ya apuntamos en la sección inicial que el contar es tan antiguo en el hombre como lo puede ser el pensar, el hablar y el escribir. Es más, descubrimientos arqueológicos sugieren que quizá la escritura, el lenguaje escrito, sea una derivación del lenguaje numérico. Esta posibilidad, lejos de ser improbable, es lógica, ya que la idea de hacer, digamos, surcos en la arena o en un hueso para contar, es más inmediata que pensar que se puedan representar palabras orales en forma de escritura. Surgiendo, de este modo, el lenguaje escrito como complemento de esos primeros signos que representaban cantidades.

Los descubrimientos arqueológicos que fundan esta hipótesis, albergando los primeros indicios de aritmética-escritura datan de mediados del IV milenio antes de Cristo, y están situados en las ciudades sumerias de la Baja Mesopotamia.

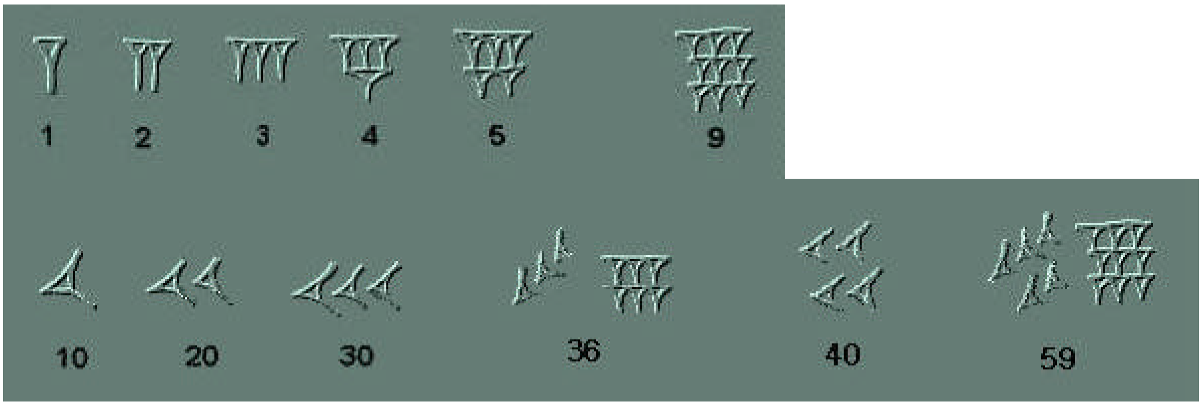
Aunque se estima que anteriormente a los sumerios no existía ninguna forma de escritura, es claro que, en vista de multitud de indicios, en el hombre prehistórico (ser que imaginaba ingeniosas estrategias para sus partidas de caza; que pintaba obras de gran realismo en las paredes de su caverna, que sabía conservar e incluso crear el fuego; que comprendía a la perfección las relaciones causa efecto de muchos de los acontecimientos que a su alrededor acaecían; que hacía monumentos y ritos en el suelo en virtud de las cosas que ocurrían en el firmamento y que destacaba en sus monolitos direcciones en espacio sobre otras), en ese hombre y sus acciones se ve claramente una gran cantidad de nociones matemáticas como orden, proporción, dirección, cantidad, etc, que sugieren un profundo pensamiento abstracto, muy superior al del resto de las especies.

Estas capacidades, junto a todas las habilidades del hombre, se ven acrecentadas en el paso del periodo paleolítico al neolítico, surgiendo nuevas formas de ganadería, agricultura, mejorando la gran variedad de materiales y herramientas que en su haber poseía (cerámica, armas, viviendas, etc.), explotando los recursos naturales (extracción de metales, minerales y demás materiales) y apareciendo el trueque, la estructura familiar y social. Todas estas actividades exigieron una afinación de los métodos para contar, medir y ordenar, y, a largo plazo, propiciaron la cultura urbana, en cuyo seno, como indicamos anteriormente, aparecieron los primeros indicios de esa primera aritmética-escritura.

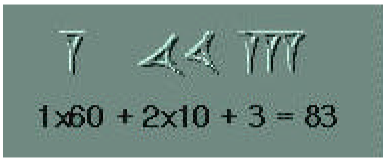
Con la formación de las primeras ciudades, la aparición de la escritura, el desarrollo del comercio, etc, finaliza la prehistoria.

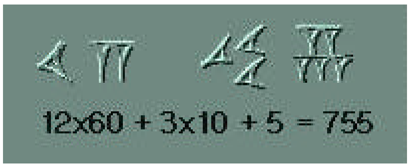
Alrededor del año 3.000 a. C., los sumerios introdujeron un sistema de numeración posicional de base 60, que es, en definitiva, el mismo sistema sexagesimal que aún utilizamos nosotros para medir el tiempo y medidas angulares.

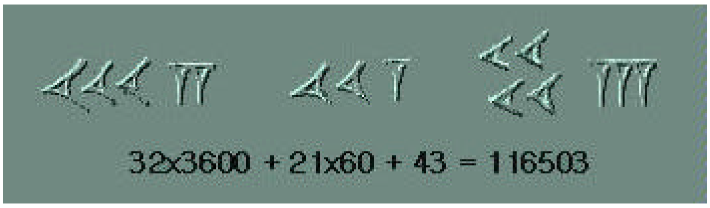
En este sistema, como en casi todos, no existía el cero. Los números de 1 a 59 se escribían de acuerdo a un antiguo sistema decimal aditivo, escribiendo las cifras combinando dos signos cuneiformes (en forma de cuña), uno vertical y otro horizontal, para la unidad y para el 10, respectivamente, como se ve en la imagen:



Pero a partir del 60, el sistema se vuelve posicional, usando las mismas pautas posicionales que nuestro sistema decimal, con la salvedad de que utiliza 59 guarismos y es de base 60:







Ahora bien, se desconoce cómo se escribían las distintas potencias de 60, ya que, al no estar el cero de modo explícito como guarismo, no se sabe cómo se han de distinguir con esta notación los números que representan potencias de sesenta (1, 60, 3600, 7200, ...) pues de ningún modo se pueden colocar ceros a la derecha. Por esto, el sistema es algo incoherente para nosotros. Pero el calculista sumerio evitaba hábilmente caer en equívocos, pues o bien el contexto del problema o bien ciertos signos especiales restaban ambigüedad al uso de estos números.

<u>Los babilonios</u>

Son muchas las sociedades que habitaron entre los ríos Éufrates y Tigris: sumerios, acadios, asirios,... Pero, de entre ellas, la que más destaca es la babilónica. De este pueblo, que pobló Mesopotamia durante el II a. C., se conservan multitud de textos, de los cuales un gran porcentaje corresponde a escritos matemáticos: cuentas, problemas matemáticos, tablas de multiplicación, relaciones geométricas, etc. Sin embargo, es poco lo que se sabía sobre su matemática hasta el primer tercio del siglo XX. No fue hasta ese siglo cuando, gracias a la labor de muchos especialistas, se llevó a cabo un minucioso desciframiento de su escritura, arrojando luz sobre muchos de los misterios de esta antigua civilización.

Cierto es que muchos de estos escritos registran conocimientos de los sumerios del milenio anterior, y, de hecho, se adopta el mismo sistema numérico posicional. Pero sin la utilización de este flexible sistema no hubieran podido llegar a la solución de tantos problemas matemáticos como ellos resolvieron en su época.

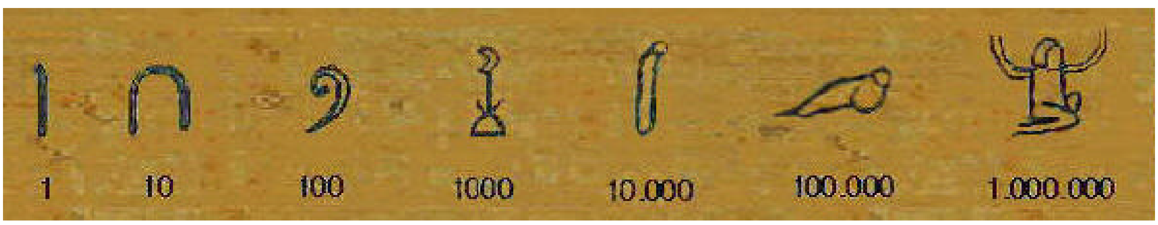
La mayor parte de los problemas matemáticos que aportan estos textos son problemas numéricos y de cálculo particulares, con datos escogidos para el caso concreto, sin intención de buscar reglas y expresiones generales que puedan servir de solución a otros problemas de la misma índole. Pero también es verdad que la novedad más importante registrada en esas escrituras es algo que trasciende estos problemas numéricos y se aplica a fines más abstractos; la resolución algebraica de ecuaciones lineales y de segundo grado, y también, sorprendentemente, el conocimiento del llamado "teorema de Pitágoras", propiedad geométrica de los triángulos rectángulos cuyo descubrimiento se atribuía a los griegos.

Más sorprendente aun es que no sólo conocían la propiedad geométrica del teorema de Pitágoras, sino que eran capaces (no se sabe con qué método) de describir todas las "ternas pitagóricas", es decir, todos los tríos de números enteros que, al interpretarse como longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, satisfacen el teorema.

Egipto

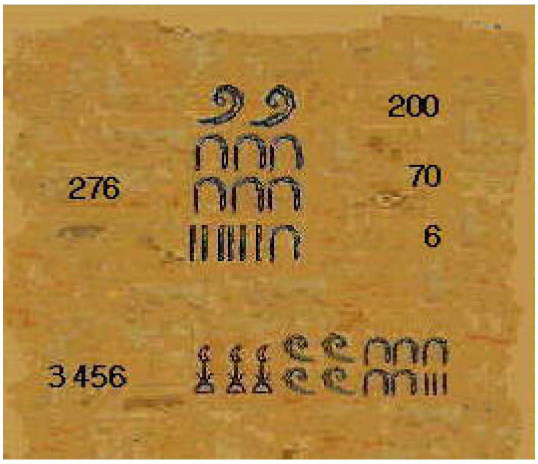
Lo que actualmente se conoce a través de los hallazgos arqueológicos de Egipto, sobre todo por los papiros y escritos, hace suponer, por comparación con las tablillas babilónicas, que la matemática egipcia era bastante más pobre y, por ende, de un nivel inferior que la de los pueblos mesopotámicos. Esto, se cree, fue debido precisamente a su sistema de numeración que no era posicional como el de los sumerios.

El sistema de numeración egipcio era aditivo, decimal y compuesto con ocho signos jeroglíficos para indicar la unidad y las siguientes potencias de diez, tal como se muestra en la imagen:



Para representar los distintos números, se usaban tantos de cada uno de estos signos jeroglíficos como fuese necesario, y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

Veamos cómo escribían los egipcios los números, por ejemplo, 276 y 3456:



De este modo, los egipcios representaban los números utilizando distintas grafías para las unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc. poniendo tantas de cada tipo en virtud los coeficientes de las potencias de diez en la descomposición del número. Así, por ejemplo, tenemos que 276= 2*100 + 7*10 + 6*1, y, por ello, en su representación jeroglífica se colocan dos signos correspondientes a las centenas, siete correspondientes a las decenas y seis correspondientes a las unidades.

En esta numeración no existía ningún signo para el cero, pero esto no suponía una incoherencia como en el caso del sistema posicional de sumerios y babilonios, ya que, al ser adicional, se podía prescindir de la colocación de ceros para distinguir unidades, decenas, centenas, etc.

Con este sistema, el escriba o calculador egipcio realizaba operaciones aritméticas elementales con números enteros e incluso fraccionarios, con técnicas muy ingeniosas, entre las cuales cabe destacar la multiplicación por duplicación y el uso exclusivo de fracciones unitarias, es decir, de numerador uno.

El uso de las fracciones es muy característico en los egipcios, ya que todas ellas tenían numerador uno, e idearon un método empírico para poder poner cualquier fracción como sumas y productos de fracciones unitarias. Por ejemplo, conocían la descomposición 2/3 = ½ + 1/6, y muchas más.

No obstante, esta escritura tenía un grave inconveniente, y es que hasta la más pequeña cifra requiere de una enorme repetición de números, cosa que originó frecuentes errores en los cómputos de los escribas, constituyéndose una numeración que imposibilitaba hacer cálculos poco más que elementales.

Su modalidad de escritura numérica se prolongaría hasta la incorporación de Egipto al imperio romano, reservándose ésta, a partir de ese momento, únicamente para inscripciones en monumentos, y siendo sustituida para el uso cotidiano de los escribas por un tipo de sistema de numeración más práctico que el existente, la escritura hierática y demótica.

La novedad de esos nuevos sistemas es que, además de constar de signos especiales para las potencias de diez, utilizaban otros que representaban los números: 20, 30,..., 90,..., 200, 300,..., 900, 2000, 3000,... Con esto consiguieron poder expresar las cantidades de forma más sucinta, teniendo que emplear una cantidad menor de cifras para cada número.

El sistema de numeración egipcio y, en general, su matemática tienen un claro origen en una necesidad económica propia del estado social del país. Egipto (monarquía unificada y muy centralizada) se extendía de Norte a Sur ocupando una franja de más de 1000 kilómetros de longitud. Para poder administrar ese gran país y para, por lo menos, poder conocer los recursos económicos y saber cómo administrarlos, el Gobierno central y el provincial requieren, en un país jamás provisto de unidad monetaria, el desarrollo de una enorme contabilidad material. Esto se fraguará, claro está, a partir del desarrollo de los métodos numéricos y matemáticos propios de su cultura.

Por último, cabe destacar que los egipcios fueron los padres de la geometría, consiguiendo en esta disciplina descubrimientos más importantes que en aritmética, los cuales consistían, fundamentalmente, en métodos para el cálculo de áreas y volúmenes.

Grecia

Atrás, después de un largo milenio, quedan los grabados cuneiformes babilonios y los papiros y jeroglíficos egipcios, llegando, por fin, a una época de esplendor intelectual y creativo. Se trata del mundo griego del Mediterráneo oriental, lugar donde transcurrirá una revolución que implicará por parte de los humanos el reconocimiento de la figura del sabio y del saber. Es entonces cuando el hombre se percatará de su inteligencia, e intentará explotarla al máximo.

Esta época de exaltación intelectual conllevará el nacimiento de la filosofía, la matemática y de multitud de ciencias que, si no fuera por el conocimiento actual de las influencias de Egipto y Mesopotamia en dicha cultura, podrían dar pie para hablar de una especie de surgimiento por generación espontánea, de un milagro salido como de la nada.

Más sorprendente aún, si cabe, es el progreso que, por parte de esta cultura, llevó a la matemática a un status sin precedentes en un periodo de tiempo record, en comparación con el logrado a través del largo camino recorrido por el hombre desde la prehistoria hasta la más avanzada matemática prehelénica de Mesopotamia y Egipto.

A pesar de todo esto, el sistema de numeración griego era muy rudimentario, cosa que constituyó un gran obstáculo para los matemáticos griegos, que se vieron en la imposibilidad de sondear en profundidad campos tan distintos como la aritmética y el cálculo numérico, teniendo que contentarse con abordar otros terrenos, como el de la geometría.

De todas formas, aunque pocas obras originales han llegado hasta nuestros días, el conocimiento matemático de los griegos del que en la actualidad tenemos constancia es tan extenso que locos estaríamos si pretendiésemos explicarlo todo en este trabajo, por lo que nos contentaremos con describir sólo lo concerniente a su sistema de numeración.

Los griegos utilizaron varios procedimientos de notación de los números. Uno de ellos, el más antiguo, frecuentemente llamado herodiano, era análogo al sistema romano, que ha perdurado hasta nuestros días y que todos conocemos. Utilizaba reglas aditivas combinando los signos que aparecen en la figura. En la parte superior de la ilustración vemos los distintos signos con su correspondiente valor numérico, y en la parte inferior viene representado 3737 como ejemplo:

De la misma forma que ocurriría más tarde con el sistema latino, con este juego de grafías numéricas no se podían realizar ni las operaciones más elementales, teniendo que recurrir a otros métodos manuales, y por tanto menos eficaces, como tablas, ábacos y piedras. Esta insuficiencia fue causada por no presentar este sistema una pauta posicional, por lo que fue imposible la elaboración de algoritmos para tal menester.

Otra notación numérica, de carácter científico, era "semiposicional", decimal y basada en la siguiente norma: 9 letras del alfabeto griego representaban los 9 primeros números; otras 9, las primeras decenas; y otras 9, las primeras centenas. Así se puede apreciar en la ilustración:

1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ε	50	ν	500	φ
6	ϛ	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	ο	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	ϟ	900	ϡ

Para las unidades de millar se comenzaba de nuevo el alfabeto, pero colocando una señal abajo y a la izquierda de la letra como notación distintiva. De este modo, tenemos que la unidad de millar (1000) era denotada como **a** de modo análogo al uno, pero con esa señal en la parte inferior izquierda.

Podemos poner algunos ejemplos para que se aprecie cómo se utilizaba el método para representar números arbitrarios. Por ejemplo, **ymg** para 743.

Este sistema ordenaba las cantidades del modo descrito, y, al llegar al 10.000, se denotaba éste con **M**. Por ejemplo, de acuerdo con esta notación, 40.000 se escribía como

$$\overset{s}{M}$$

No obstante, esta designación de las miríadas o decenas de millar no fue muy importante, e incluso sufriría diversas modificaciones con el paso del tiempo. Tal es el caso del matemático griego Diofanto, el cual escribía éstas análogamente a las unidades de millar, colocando, no una coma, sino un punto que se ubicaba en la parte inferior izquierda de la cifra pertinente. Así, tenemos que **t a . ,e** correspondía a la cantidad que 3.015.000 representa en nuestra escritura decimal de los números.

Arquímedes idea utilizar este tipo de sistema de numeración con el fin de poder constituir un modo de operar y representar cantidades numéricas extremadamente grandes, aunque de modo menos práctico que como lo hacemos nosotros con nuestro sistema actual. En virtud de esta realización, logra enunciar un número tan grande como $10^{8*10\ ^\wedge\ 8}$, es decir, 1 seguido de 800 millones de ceros.

No obstante, esta notación fue rechazada posteriormente por los científicos griegos, utilizando, para expresar números inmensos, un procedimiento debido a Apolonio, cuyo éxito radicaba en el sencillo manejo de una progresión por miríadas.

En definitiva, la numeración culta de los griegos, completada en astronomía con la introducción de fracciones sexagesimales, fue la notación usada por los científicos y calculistas, hasta la introducción de nuestras cifras, las llamadas “árabes”. Incluso tras la introducción de éstas últimas, muchos fueron los que, fieles al clásico modo de numeración, rechazaron el árabe, pese a su gran manejabilidad.

Roma

Si bien Grecia y los estados helenísticos consiguieron un esplendor intelectual sin precedentes, el imperio surgido a partir del nacimiento de Roma en el siglo VIII a. C. dio lugar a una de las más esplendorosas civilizaciones que han tenido lugar en la Historia: la realización del sueño de Alejandro Magno, un gran Estado basado en una civilización común en la que todos sus ciudadanos pudieran quedar integrados, un imperio en torno al Mediterráneo capaz de sostener una civilización uniforme en un periodo de más de 200 años de paz.

En efecto. Roma pasó de ser un conglomerado de cabañas de pastores, dominada por etruscos, a independizarse y reunir en un solo Estado a Occidente: Italia, Hispania, Britania, África y Galia, con un Oriente Mediterráneo fuertemente urbanizado y basado en la cultura griega.

Este formidable imperio, que empezó a zozobrar en el siglo III d. C. deshaciéndose totalmente en el I.V. d. C., dejó tales inquietudes en los habitantes de aquella Europa que durante la Edad Media no se hizo sino soñar con reconstruir el Imperio, forjándose en las mentes de los europeos el recuerdo de una civilización que creían de perfección y riqueza sobrehumanas.

Paradójicamente, este apogeo romano no engendró más esplendor intelectual que el que aportaron los griegos. Si bien es conocida la gran calidad del elaborado derecho romano, en otros campos culturales, como la matemática, no se produjeron grandes aportaciones.

Tal es el caso del sistema de numeración romano, que todos conocemos, ése cuyas cifras utilizamos para indicar siglos; que aparece en muchos de nuestros monumentos; que en múltiples ocasiones utilizamos como ordinales; ese sistema, en realidad nunca resultó ser, como ya aclaramos en diversos puntos de este trabajo, una buena herramienta de cálculo.

Utiliza letras del alfabeto para representar los números y no es posicional, es decir, cada símbolo vale siempre lo mismo, no importa dónde esté colocado.

Las cifras que utilizaban son éstas:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Cuando se escribe un número romano se ha de tener claro que, en primer lugar, varias cifras del mismo valor, escritas una a continuación de otra, se suman (por ejemplo III es 3; XXX es 30 y CC es 200). Por otra parte, sólo las cifras I, X y C pueden escribirse seguidas, no pudiéndose repetir más de tres veces. Además, toda cifra escrita a la derecha de otra de mayor valor se suma a ésta (por ejemplo, XV es 15), mientras que toda cifra escrita a la izquierda de otra de mayor valor se resta de ésta (por ejemplo, IV es 4). De esta manera, todo número romano se escribe de izquierda a derecha, colocando las grafías que representan las unidades de los diferentes órdenes.

América precolombina

Los Mayas

No se ha de olvidar que, a la par que se empezó a desarrollar la ciencia en Europa, en el ahora llamado "nuevo mundo" se produjeron, por parte de sus culturas, múltiples manifestaciones intelectuales, como el desarrollo de una matemática.

Se trata de civilizaciones perdidas, con las cuales no se había contactado nunca y de las que apenas quedan restos y documentos para poder apreciar su gran riqueza.

En el actual territorio americano se asentaron y desarrollaron diversas culturas desde milenios antes de Cristo. Habitando allí el hombre probablemente desde antes del año 11.000 a. C., desarrollándose las culturas, de un modo más completo desde el 1.500 a. C., principalmente en la zona de Monte Albán y el sur de la costa del Golfo de México con la cultura olmeca. No obstante, vemos , comparando las fechas, que en Occidente se inició la cultura alrededor del 3.000 a. C., y en América, en el 1.500 a. C., llegando a la conclusión de que la cultura allí estaba atrasada respecto del viejo mundo.

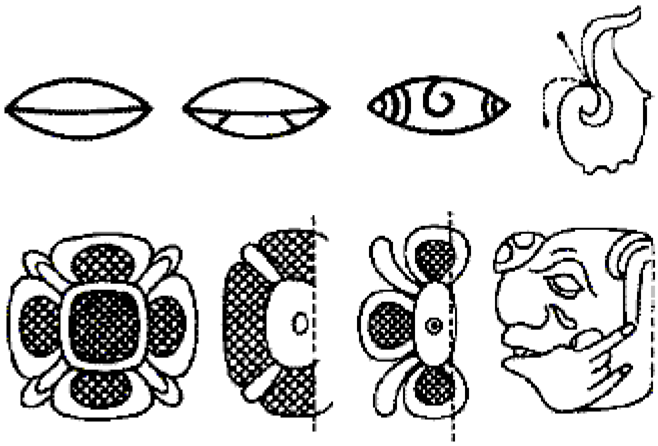
El desarrollo de la matemática en Mesoamérica está relacionado, posiblemente, con cuestiones astronómicas y el calendario.

Se ha encontrado en la zona, en monumentos de Tabasco (Méjico), indicios de una escritura de numerales que empleaba puntos y rayas que data del 800 a. C., procedente de la cultura olmeca, y que posteriormente sería adoptada por la cultura maya.

Hay un hecho muy sorprendente con respecto a la matemática precolombina: el uso que hacían los mayas de un sistema de numeración con carácter posicional y con un signo para el cero, tal como nuestro actual sistema de numeración. Es sorprendente porque la noción de cero como número y el principio posicional no aparecería a este lado del Atlántico hasta el siglo VI d. C., en la India, no presentándose al inicio del desarrollo de los numerales en la cultura hindú, sino apareciendo posteriormente. Teniendo en cuenta el atraso de la cultura americana y el hecho de que esta numeración surgiera en tan tempranas fechas en comparación con el antiguo continente, este hecho constituye un suceso más que inquietante, increíble. Ya en monumentos del año 30 a. C. aparecen inscripciones con estos números, ¡siendo posible que su aparición se remontase a fechas más remotas en el tiempo!

Por otra parte, los ceros más antiguos escritos de los que se tiene conocimiento son ceros esculpidos en monumentos mayas del 357 d. C.

Otra diferencia existente, más conceptual, es que, mientras el cero hindú es un punto de menor dimensión que los demás numerales, el cero maya tiene una importancia especial, lo que se determina viendo sus representaciones.

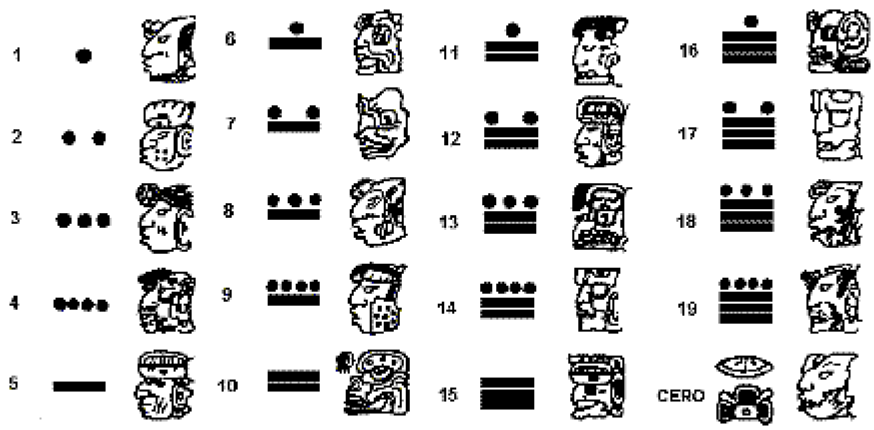


En la figura vemos algunas representaciones del cero maya.

El cero se representa con una concha o un caracol, ambos símbolos asociados con la muerte, la ausencia de vida y el fin de un ciclo. Otro modo de representar el cero es con forma humana. Éstas presentan características de la muerte y adornos referentes a los dioses del inframundo, mientras que la mano atravesada en la mandíbula significa la mano que ata los días y los años en haces completos. También se presenta la forma de Flor Calendárica, que es el símbolo del calendario sagrado, simbolizando también la eternidad, el tiempo y la regularidad cósmica.

El sistema de numeración maya, a diferencia del hindú, es de base vigesimal, y este hecho se vincula a que tomó como base los veinte dedos que posee el cuerpo humano.

Los numerales mayas tenían dos variantes: los numerales geométricos o normales, y los numerales en forma humana, que, por lo general, se presentaban como una cara antropomorfa, aunque existen casos especiales donde se presenta todo el cuerpo. En la figura siguiente se contemplan los numerales mayas en sus dos variantes:



La primera notación, la geométrica, está constituida por puntos, rayas y el símbolo de la concha. Los puntos representan unidades, y las rayas, cinco unidades; se pueden formar agrupaciones de puntos con un número máximo de cuatro, y las rayas tienen como máximo el de tres por cada agrupación, todo esto utilizando un principio de adición. Se manejan de este modo representaciones del cero al diecinueve, pues cada posición en el sistema es de veintenas.

La segunda notación, la variante de cara, es una colección de 20 figuras que representan cabezas mostradas de perfil. Con está notación, al igual que en los números hindúes, no se utiliza el principio de adición, siendo representado cada número por un guarismo, aunque de forma muy compleja. Las variantes de caras se utilizaban casi exclusivamente para datar acontecimientos y numerales monumentales, en los cuales iban acompañados, por lo general, por los mismos números en la notación geométrica.

Los guarismos iniciales tienen siempre las mismas características en los diferentes monumentos. Así , tenemos que el numeral 1 es identificable por el mechón de cabello, vinculado con la diosa de la Luna; el numeral 2 muestra una mano abierta arriba de la cabeza y simboliza la muerte y el sacrificio; el 3, con un tocado a modo de turbante, simboliza el viento y la lluvia; el 4 tiene un signo del Sol a la derecha; el 5 es el rostro de un anciano; el 6 se reconoce fácilmente por el símbolo de hacha que se presenta en su ojo, significando lluvias y tormenta; el 7 simboliza al Sol nocturno; el 8 simboliza al dios del maíz, con una planta de este tipo visible en su tocado; el 9 lleva puntos en la mandíbula y representa a una serpiente; el 10 presenta la mandíbula descarnada, símbolo de muerte; el 11 muestra el símbolo de montaña-tierra, y el 12, que simboliza a Venus, lleva un "signo de cielo" sobre su cabeza.

Para denotar una cantidad en este sistema, las posiciones se colocan de manera vertical, aumentando de abajo hacia arriba, de tal forma que los guarismos que representan las unidades se localizan en la parte inferior y van aumentando progresivamente en potencias de 20 al ascender. De esta manera llegaron a expresar la cantidad de 12.489.781, que es el número mayor que se sepa escribieron.

Pero el mejor representante de la numeración maya vigesimal es el cálculo calendárico maya de la época Clásica, el cual determina las fechas basándose en contar los días a partir de la fecha inicial maya que corresponde al 12 de agosto del 3.113 a.C., que coincidió, precisamente, con el paso del Sol por el cenit en Copán (sur de Méjico).

Con su sistema numérico, los mayas podían ejecutar las cuatro operaciones fundamentales, como nosotros con el sistema decimal, ayudándose para ello con la construcción de tablas de multiplicar y con la utilización de un especie de ábaco constituido por una cuadrícula o tablero matemático, el cual estaba hecho con varas o pintado en el piso, y se utilizaban semillas o pequeños trozos de varas para representar los números. Al tipo de cuadrícula que utilizó esta cultura se le puede llamar esquema matricial, y con éste se pueden llevar a cabo todas las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), y posiblemente algunas otras, como la obtención de raíces.

China

Ciertos indicios, derivados del estudio de la cultura y lengua china, ponen de manifiesto que la numeración china, que poco ha cambiado con el transcurso de los años, tiene claros orígenes muy arcaicos, siendo ésta, como tantas otras, en modo decimal.

En la lengua china existen palabras monosilábicas para designar los diez primeros números y las primeras potencias de 10: 100, 1.000 y 10.000.

Aparte de estos ideogramas, en la antigüedad china nos encontramos cifras en forma de bastoncillos que proceden de formas de cálculo manual. En efecto, al igual que los romanos utilizaron piedrecillas (cálculos), los chinos se servían de bastoncillos o junquillos para los cómputos. Se empleaban para escribir un número colocando éstos en una mesa reglada o en un enrejado. Bajo la forma decimal del sistema, no había más que colocar el número de junquillos correspondientes a las unidades en la columna de más a la derecha; el correspondiente a las decenas, en la columna contigua de la izquierda; el correspondiente a las centenas, en la columna siguiente, y así sucesivamente. De este modo se generaba un sistema de numeración posicional análogo al nuestro, con la diferencia de que los guarismos se denotaban de modo aditivo. Hablamos, pues, de un sistema mixto, aditivo-posicional.

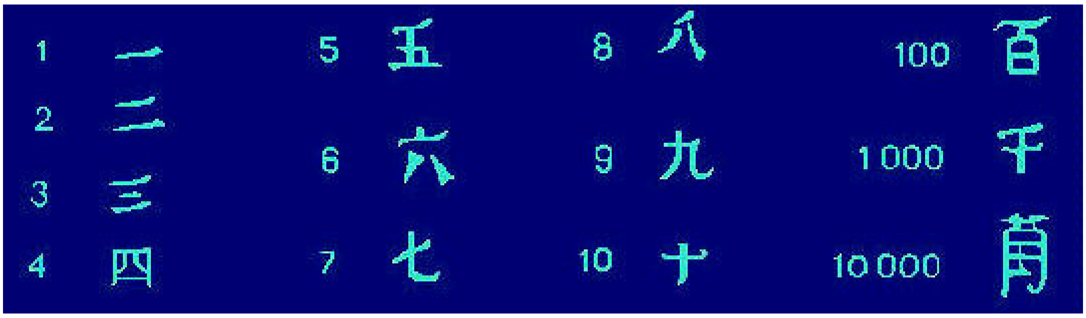
Para evitar errores, los bastoncillos se colocaban verticales en las columnas impares (comenzando por las unidades) y horizontales en las pares. De este modo se utilizan solamente dos signos: uno vertical para denotar las potencias pares de diez (unidades, centenas, miríadas, etc.); y otro horizontal para las potencias impares de diez (decenas, unidades de millar, etc.).

De este tipo de escritura de los “junquillos” se conocen inscripciones en bronce y en monedas que datan de varios siglos antes de nuestra Era.

Con estos números era fácil operar, y se solía hacer manualmente; bastaba poner o sustraer los junquillos pertinentes, columna por columna, de modo similar a como actúan nuestros algoritmos de suma y resta. En cuanto a la multiplicación, se colocaba el multiplicando en la parte baja del tablero, y el multiplicador arriba. Los productos parciales se iban colocando en la línea intermedia y se añadían automáticamente a medida que se iban extrayendo. La división se hacía de modo parecido: divisor abajo y dividendo en la línea intermedia. El cociente se colocaba arriba, y, paulatinamente, se quitaban del dividendo los junquillos equivalentes a los productos parciales.

Con este procedimiento sabían, además, trabajar con fracciones, e incluso hallar raíces cuadradas.

Aparte de este particular método de los bastoncillos, también está la forma clásica de escritura de los números de China, que se empieza a usar desde el 1500 a. C. aproximadamente. Éste es un sistema decimal que usa las unidades y las distintas potencias de diez, designándolas con los signos que aparecen en la ilustración:



El modo de escribir los números es el siguiente: en virtud del principio multiplicativo, se colocan las potencias de diez en orden creciente de derecha a izquierda, y a la izquierda de cada una de ellas se intercala el correspondiente guarismo, que indica el número de unidades, de decenas, de centenas, de unidades de millar o decenas de millar correspondiente a la potencia de diez. Para ilustrarlo, he aquí un ejemplo:

A modo de resumen, este cuadro describe los distintos tipos de escrituras numéricas de los chinos; cardinales y ordinales:

Escritura corriente en cifras arábigas	Números cardinales			Cifras en junquillos	Troncos celestes (ordinales)		
	Escritura	Pronunciación			Escritura	Pronunciación	
		antigua	moderna			antigua	moderna
1	一	?iĕt	yi	〡	甲	kap	kia
2	二	ñi'	eul	〢	乙	?iĕt	yi
3	三	sâm	san	〣	丙	püAng	ping
4	四	si'	ssèu	〤	丁	tieng	ting
5	五	'ngo	wou	〥	戊	mŏu'	meu
6	六	liuk	liu	〦	己	'ki	ki
7	七	ts'iĕt	ts'i	〧	庚	kɛng	keng
8	八	pat	pa	〨	辛	siĕn	sin
9	九	'kiŏu	kieu	〩	壬	'ñiĕn	jen
10	十	žiŏp	che	一	癸	'kwi	kuei
100	百	pɛk	pai				
1.000	千	ts'ien	ts'ien				
10.000	萬	müAn	wang				

Fig. 19. — Las cifras chinas y los "troncos celestes"

DESARROLLO DEL SISTEMA DECIMAL ARÁBIGO Y LAS CIFRAS EN LA ACTUALIDAD.

Ya mencionamos con anterioridad en este trabajo la trascendencia de nuestro sistema decimal árabe, que actualmente utilizamos, y que, creemos, ha sido la principal catapulta para el desarrollo de la Ciencia y Tecnología occidentales.

El hecho de que este sistema sea posicional, donde cada lugar de los guarismos en el número equivale a un orden, dependiendo cada una de las cifras de dos variables: posición y cantidad; es decir, cada cifra indica la cantidad de unidades del orden que impone su posición; ese hecho, decimos, es el que ha facilitado el desarrollo de algoritmos muy útiles para resolver todas aquellas operaciones que sean menester, independientemente del conjunto numérico sobre el que se opere. Incluso fundándose en su versión binaria se ha desarrollado todo lo que actualmente conocemos como informática, y, por tanto, la revolución en la comunicaciones.

Ahora bien, cabe preguntarse si es, en definitiva, nuestro sistema (o cualquiera análogo) el mejor de todos sistemas numéricos que existen o que puedan existir. ¿Es posible que el desconocimiento de mejores escrituras numéricas esté constituyendo un infranqueable obstáculo para el desarrollo de nuestra ciencia, tecnología y, en general, de la sociedad? La respuesta no puede concretarse, y aun si se conocieran sistemas numéricos manifiestamente mejores que el nuestro en todos los sentidos, sería difícil decir qué beneficios (si es que existieran) legarían al desarrollo de la humanidad.

Cierto es que se han ideado muchos sistemas numéricos distintos del nuestro, que parecen tener ciertas cualidades propicias para muchas aplicaciones, sobre todo en informática. No pretendemos en este escrito hacer una lista de todos ellos y describirlos, ya que esto podría ser motivación para otro trabajo, sino que hablaremos de uno de ellos, pero eso sí, al final del capítulo.

En esta parte describiremos sucintamente la historia del sistema árabe decimal que actualmente usamos, desde la aparición de su primera forma en la India hasta nuestros días.

El primer vestigio histórico de nuestros números, tanto su escritura como su cálculo, procede, en efecto, de la India, y está fechado allá por el año 500.

También aparecieron otras cifras en la India, pero ninguna utilizó así el principio posicional ni disponía de cero. De entre esos lenguajes numéricos hablaré de uno que data del siglo III a. C., que se mantendrá hasta varios siglos después de nuestra Era, y en épocas más tardías, circunstancialmente, en ambientes hindúes. Se caracteriza este procedimiento de numeración por albergar cifras especiales no sólo para cada unidad sino para cada decena y cada centena; no tiene cero y los números 2, 20, 200, etc., poseen signo propio.

De la numeración decimal con nueve cifras y el cero (que corresponden a sus diez guarismos) precursora de la actual, que será más tarde propagada como hindú por los árabes, no aparecen restos que demuestren de su existencia en esta época. Pero es improbable, que, en contra de la falta de indicios, hubiera aparecido en épocas más tardías que el siglo VI, pues parece ser que, tras haber sido inventada, no se aceptó plenamente, de una vez y exclusivamente. De este modo, puede haber existido durante mucho tiempo sin que de ella nos haya llegado testimonio alguno. A la sazón, fueron usados varios sistemas de numeración en la India, pero no los describiremos uno a uno, ya que no deseamos aburrir a nadie. Por lo tanto, nos limitaremos a

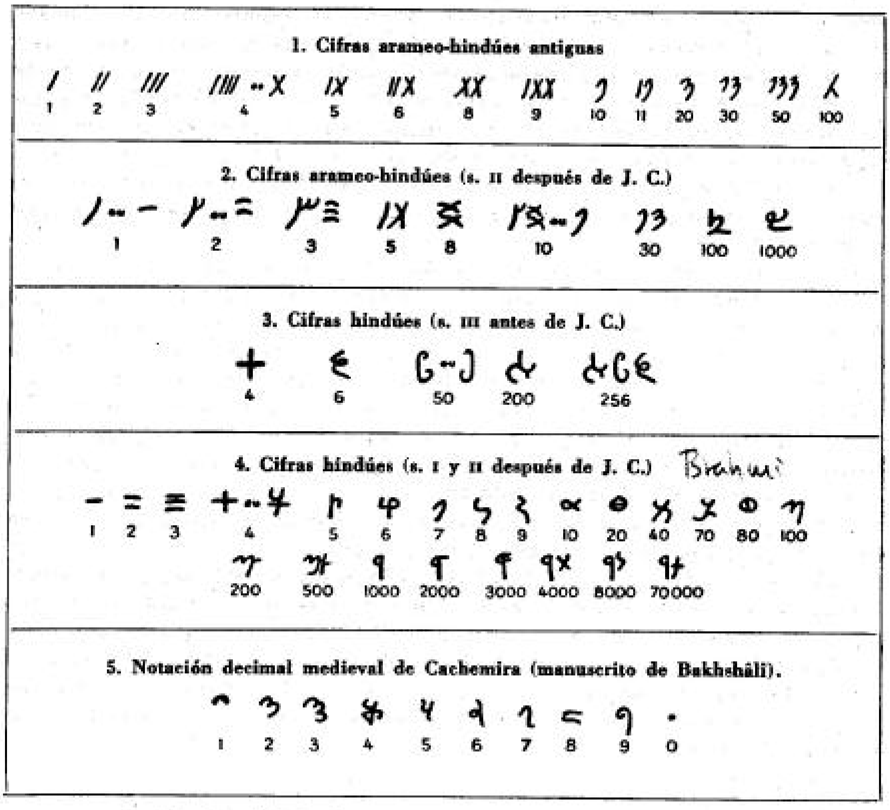


Fig. 18. — Principales notaciones numerales hindúes antiguas

mostrar cómo eran algunas de sus cifras, como en la ilustración:

Como ya hemos dicho, los primeros vestigios históricos seguros de nuestro sistema de numeración datan del siglo VI d. C. Las inscripciones que se conocen están documentadas como del año 595, pues aparece en una de esas inscripciones la correspondiente fecha 346 de la Era llamada "cedi". La forma del cero en esta escritura, que varía en las escrituras de las distintas regiones de la India, es conocida sólo a través de inscripciones del siglo IX, pero también es sabido, a través de diversas fuentes, que ya se usaba en el siglo VI, escribiéndose en esta época tal número como un punto, forma que con el tiempo derivaría en el típico circulillo que actualmente conocemos. Sin embargo, la forma de punto, se mantuvo hasta muy tarde en la zona de Cachemira (región de Asia ocupada por la India y Pakistán).

A pesar de lo novedoso del uso del cero, su utilización no se generalizó en la India. De hecho, una forma de notación decimal sin cero sigue siendo usada en la actualidad en el sur de la India, en lengua tamil.

Este código posee símbolos especiales para 10, 100 y 1000. Las unidades colocadas delante multiplican esos signos, y las colocadas detrás se suman a ellos. La falta de aceptación del cero hace pensar que su invención data de fechas más antiguas que la de sus primeras apariciones.

Se tiene la creencia, no sin fundamento, de que quizá el cero sea una influencia de la cultura mesopotámica importada por los persas.

Sea como sea, fue en la India donde se inventó y utilizó el sistema completo de numeración decimal con sus diez guarismos, sus nueve cifras y el cero, que ha llegado a ser universal.

La matemáticas hindúes tuvieron muchas influencias en las del mundo musulmán y en las de China durante la Edad Media. Fruto de este contacto se produjo la introducción de la escritura decimal con el cero de los números en la cultura árabe. Sin embargo, muchos son los científicos que han creído que en realidad estas cifras "árabes" fueron no ya influencia de la India, sino que constituyó un legado de la cultura griega. Pero también es cierto que, como ya hemos apreciado, el lenguaje era con frecuencia usado por los indios en la época en que acaecieron las primeras relaciones con la ciencia árabe, y no está, en cambio, documentado entre los griegos.

Los árabes, antes del siglo IX, acostumbraban designar las distintas cantidades numéricas mediante palabras o, como griegos y romanos, mediante las letras del alfabeto para distinguir con ellas unidades, decenas, centenas, etc. Fue, por fin, a principios del siglo IX cuando los científicos de Bagdad (actual capital de Irak) adoptan, luego de su descubrimiento en la India, el sistema de numeración decimal, posicional y provisto de cero. Esto propiciará uno de los mayores logros de la ciencia árabe: la propagación y perfeccionamiento de la aritmética decimal basada en el principio de posición.

Que se sepa, los hindúes no dejaron ningún escrito que describiese el cálculo con estos números, si bien es posible que se trasmitiese de modo oral de generación en generación. Así pues, el primer manual auténtico que versa sobre la aritmética del sistema basado en el principio posicional es el compuesto por el famoso matemático árabe Al-Khwarizmi (nombre que derivará en la palabra "algoritmo", cuyo uso es de gran frecuencia entre matemáticos e informáticos) hacia el año 830. El texto árabe de este manual se halla perdido, conociéndose únicamente a través de una copia incompleta del siglo XIII de la traducción latina del siglo XII del original, así como de otras obras latinas de la misma época inspiradas en el texto y de otras árabes más tardías.

El manual de Al-Khwarizmi, cuyo título se desconoce, nos introduce el sistema numérico a través de la descripción de los símbolos que designan su diez guarismos: las cifras 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 y el cero, agregando luego cómo expresar números tan grandes como se quiera cómodamente. A continuación de esto describe cómo realizar las distintas operaciones aritméticas; entre ellas, la duplicación y la división entre dos, ambas de mucha importancia para la extracción de raíces cuadradas. Estas operaciones se supone que eran realizadas sobre una tabla horizontal cubierta de polvo (esto recuerda a los junquillos chinos de los que ya hablé).

Todos los métodos descritos por Al-Khwarizmi serán paulatinamente introducidos en el mundo occidental. La civilización árabe los lleva a Sicilia y España, siendo adoptados felizmente por mercaderes que habían hecho del ábaco y demás incómodos artificios sus principales herramientas de trabajo. Fue precisamente un mercader, Leonardo de Pisa (1170-1240), más conocido por "Fibonacci" o "hijo de Bonaccio", quien, luego de haber aprendido la técnica a raíz de sus viajes por el norte de África y la cuenca mediterránea, describiría en su libro *Liber Abaci* o libro del ábaco (1202) todos los métodos que ya conocían los árabes de aritmética con las cifras decimales "arábicas", constando su tratado de las siguientes partes: cifras hindúes, multiplicación de enteros, adición, sustracción, división, multiplicación de fracciones y enteros, otras operaciones con fracciones, cálculo de precios, trueques y vueltas, reglas de sociedad, aleación y moneda, progresiones y proporciones, reglas de falsas posiciones (simple y doble), raíces cuadradas y cúbicas, cuestiones de álgebra y geometría.

A pesar de su popularidad e importancia, el *Liber Abaci* no es un libro fácil de leer, pues la exposición de su contenido carece de claridad y sentido pedagógico. Utiliza una notación muy ambigua, mezclando sistemas de numeración, y muestra un injustificado empeño en expresar todo resultado numérico como suma de fracciones de denominador unitario.

Sin duda, la cuestión capital del libro son las cifras árabes, y será el *Liber Abaci* el que popularizará la numeración hindú en Europa.

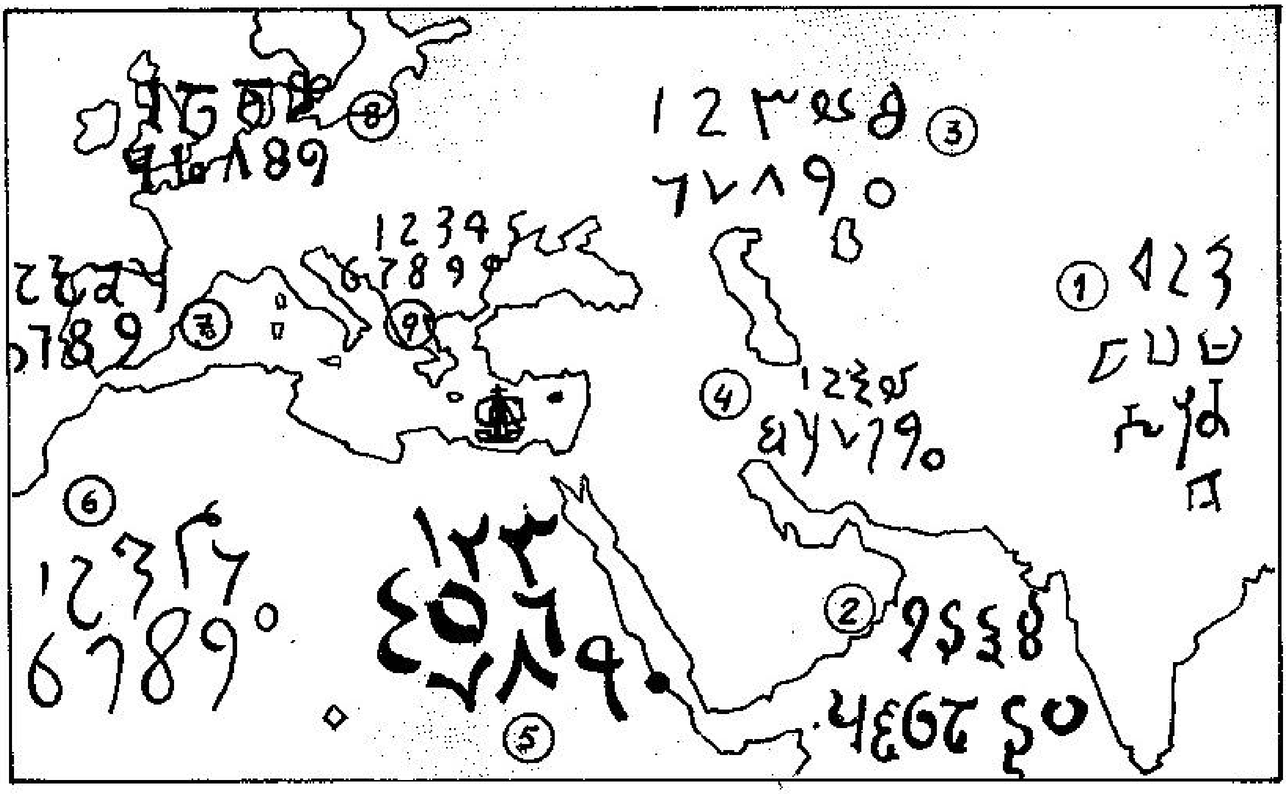
Leonardo de Pisa (1175?-1240) nació en Pisa (Italia), una ciudad comercial donde aprendió las bases del cálculo de los negocios mercantiles. Su padre era un mercader que viajaba constantemente. Gracias a esto, Fibonacci se fue a Argelia, donde empezó a aprender métodos de cálculo árabes, conocimientos que incrementó durante viajes más largos por toda la cuenca del Mediterráneo, encontrándose con tradiciones matemáticas de muy diversas culturas. Fibonacci utilizó esta experiencia para mejorar las técnicas de cálculo comercial que conocía y para extender la obra de los escritores matemáticos clásicos, como los matemáticos griegos Diofanto y Euclides.

Nos han quedado pocas obras de Fibonacci, aunque escribió sobre varios temas, como teoría de números, problemas prácticos de matemáticas comerciales y geodesia, problemas avanzados de álgebra y matemáticas recreativas. Sus escritos sobre matemáticas recreativas, que a menudo exponía como relatos, se convirtieron en retos mentales clásicos ya en el siglo XIII. Estos problemas entrañaban la suma de series recurrentes, como la serie de Fibonacci que él descubrió (el patrón que sigue esta sucesión es el siguiente: cada término, excepto los dos primeros se obtiene de sumar los dos que le preceden. Así, haciendo que los dos términos iniciales valgan 1, tenemos que la sucesión se define del siguiente modo: $A_1=1$, $A_2=1$ y $A_n=A_{n-1}+A_{n-2}$, es decir, constituye la siguiente sucesión de números: 1 1 2 3 5 8 13 21 34 ...). A cada término de esta serie se le denomina número de Fibonacci. También resolvió el problema del cálculo del valor para cualquiera de los números de la serie. Le fue concedido un salario anual por la ciudad de Pisa en 1240 como reconocimiento de la importancia de su trabajo y como agradecimiento por el servicio público prestado a la administración de la ciudad.

Finalmente, los números que utilizamos actualmente y que conocemos como cifras arábicas adquirieron su forma moderna entre los siglos XIV y XV.

La adopción del sistema árabe no fue totalmente radical en Europa, y en los primeros tiempos de su uso quedó relegado como sustituto del ábaco en los cómputos, prefiriéndose la notación romana para anotar datos y resultados. Pero poco a poco fue ganando terreno la primera sobre la segunda, y comenzó un camino infrenable hacia la matemática moderna. Este proceso será descrito en la segunda parte del trabajo, ya que su adopción en Europa coincide con la del ábaco.

En el siguiente mapa se ubican es sus respectivos países algunas de las cifras halladas en documentos, que muestran diversas variedades derivadas de las originales cifras indias decimales y con cero:



1. **Cifras indias (siglo II)**
2. **Cifras indias Devanagari (escritura india moderna).**
3. **Cifras árabes orientales (de un manuscrito de Samarcanda).**
4. **Cifras árabes orientales (de un manuscrito de Shiraz, siglo X).**
5. **Cifras árabes modernas.**
6. **Cifras gubar (árabes occidentales; siglo IX).**
7. **Cifras gubar (de un manuscrito español; 976).**
8. **Ápices o cifras de ábaco (manuscritos franceses; siglos XI-XII).**
9. **Cifras italianas (de un manuscrito florentino siglo XIV).**

NUEVOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

El código Gray

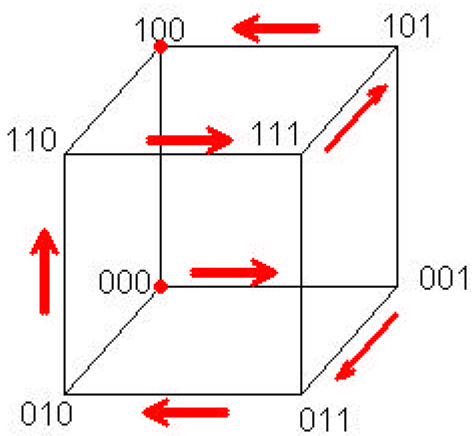
En el capítulo anterior, a modo de motivación para este nuevo capítulo, dejamos en el tintero algunos interesantes temas de los que hablar, explicando que, en estos tiempos, matemáticos y ordenadores manipulan números enteros valiéndose de otros sistemas de numeración distintos del universal sistema decimal arábico. Entre estos sistemas podemos hablar de algunos que presentan sorprendentes características tales como el uso de bases mixtas, bases negativas, bases irracionales, o sistemas de “coma flotante”. Sería imposible, en tan poco espacio, hablar de todos estos sistemas. Por eso, nos contentaremos con describir uno de los más: el código Gray binario, que, entre muchas otras aplicaciones, ha servido para resolver difíciles problemas matemáticos.

El nombre de “Gray” viene de su inventor, Frank Gray, físico investigador de los Bell Telephone Laboratories.

Existen muchas clases de códigos Gray: de hecho, hay infinitos. Estos códigos se caracterizan por ser una forma de denotar los números naturales en forma posicional, de modo que cuando los números se encuentren en orden de recuento habitual, las cifras de todo par de números codificados contiguos tan sólo pueden diferir en una de las posiciones. Además, el valor absoluto de esta diferencia es 1. Por ejemplo, los números 193 y 183 podrían ser adyacentes en un código Gray, ya que las cifras centrales se diferencias en una unidad, pero no así 193 y 173.

Este sistema es de gran utilidad no ya sólo por sus aplicaciones matemáticas, sino por su uso en multitud de procesos mecánicos propios de muchos dispositivos mecánicos e informáticos. Por ejemplo, para fijar ideas, imagínese un cuentakilómetros de un coche. Éste, al almacenar los kilómetros recorridos por el automóvil, llega a la cantidad de 9999 kilómetros. De este modo, para poder registrar el kilómetro siguiente, cada una de las ruedecillas del aparato tendrá que girar para modificar todas las cifras para que aparezca 10000 en el contador. En este proceso, dado que las ruedecillas del aparato giran lentamente, la probabilidad de error es pequeña. Pero en procesos similares a velocidades enormes, las probabilidades de errar se disparan, de modo que el proceso no es práctico. Sin embargo, cuando los números cambian nada más que modificándose en una cifra, las probabilidades de error, si no desaparecen, decrecen considerablemente.

De entre la infinidad de códigos Gray existentes, los más sencillos son los binarios, y un método para obtener dichos códigos es hacer caminos a través de las aristas de un hipercubo de cualquier dimensión, de modo que los distintos números son las coordenadas cartesianas de los vértices. Por ejemplo, un hipercubo de dimensión 3 es un cubo, tiene 8 vértices y, siguiendo el camino que aparece en la ilustración, obtenemos el siguiente código Gray: 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100.



DESARROLLO HISTÓRICO DE LAS MÁQUINAS DE CÁLCULO

LOS PRIMEROS ANTECEDENTES

Aunque parezca extraño, los primeros antecedentes de algo tan moderno como un ordenador o un sistema informático se pierden en la noche de los tiempos. En rigor, incluso pueden ser considerados como antecedentes los primeros sistemas de numeración o las primeras muescas usadas para contar. De los primeros ya hemos hablado en la primera parte de estas páginas, y respecto a lo segundo, su origen es de imposible determinación. Para empezar, es indudable que el hombre comenzó apoyándose en los dedos para contar, en una fecha desconocida. Pero cuando debía retener una cantidad mayor de lo que podían almacenar sus dedos, surgían los problemas. Los primeros eslabones conocidos de esta larguísima cadena (que de seguro deberían estar precedidos por otros), la solución que el hombre dio a este primer problema numérico, son unos huesos africanos de hace unos 10000 años y unos pedazos de madera, fechados como procedentes del año 6000 a. C., en los que se perciben claramente unas muescas que bien podrían ser un auxilio para la memoria en alguna contabilidad. Contrariamente a lo que se suele pensar, la aparición de estos restos demuestra que el hombre sintió antes la necesidad de contar que de escribir.

De todas maneras, el método de los dedos de las manos (que son, seguramente, el origen del sistema decimal) gustaba a los primeros hombres, ya que les permitía expresar varias cantidades (al hacer un número concreto de muescas, el soporte de éstas no podría contener otro número). De los dedos se pasó a montoncillos de piedras, que permitían sumar o restar obteniendo números naturales mediante la adición o la sustracción de piedras al conjunto. De ahí al ábaco hay poco, pero, dada la importancia de este invento, no lo tratamos ahora, sino que le dedicamos un apartado especial.

Conviene resaltar que ya desde la Prehistoria, el hombre, al dividir sus métodos en estas dos vías, hizo, sin quererlo, una distinción que resultaría crucial en nuestra historia: la de sistema analógico (los dedos y las piedrecillas) frente a sistema digital (las muescas en huesos y otras superficies). En general, un computador o un aparato analógico es aquél que tiene por objeto que las leyes que rigen su funcionamiento sean análogas a las leyes naturales (matemáticas) de los sucesos que pretende estudiar. Por el contrario, un computador o aparato digital es aquél que traduce todos sus datos a números y opera con éstos. Esta división, insistimos, permanecerá a lo largo de toda la historia de la informática.

Volviendo a nuestro tema, los primeros restos arqueológicos que reflejan un manejo numérico datan de, aproximadamente, el año 4000 a. C., cuando los sumerios reflejan transacciones comerciales en tablillas de arcilla cocidas. Este hecho (ejemplo de sistema digital), dada la relativa resistencia de este material, ha hecho que hayan llegado nosotros miles y miles de estas tablillas. Este momento puede ser considerado como el primero en el que el hombre se vale de la escritura y de un soporte material para recordar y almacenar datos. Es, pues, en este aspecto en el que se considera a las tablillas sumerias primeros antecedentes de la informática.


Quipu

Entre otros mecanismos para llevar la contabilidad desarrollados por los pueblos primitivos destaca el *quipu*, ideado y utilizado por los incas en los siglos XV y XVI. Para comprender su necesidad, lo cual no quita que nos maravillemos de que un sistema con un método de uso tan complejo fuese desarrollado por un pueblo aparentemente rudo e ignorante (aunque nada está más lejos de la realidad, si recordamos sus asombrosas edificaciones piramidales y sus sistemas defensivos, su calendario, aunque éste no alcanzó la perfección del azteca ni la complejidad del maya, sus avances en agricultura y su conocimiento del sistema decimal, aunque todo esto esté en parte empañado por la ausencia de alfabeto), hemos de recordar que los incas se hicieron dueños de un imperio tan extenso como inhóspito, las tierras andinas, que alcanzó su apogeo en el siglo XV de nuestra era. Y este imperio, centralizado bajo la autoridad cuasidivina del Inca, se dividía en varias regiones. Para comunicar entre sí todos los lugares de un impero tan vasto (llegó a extenderse del Norte de Chile y Argentina al Sur de Colombia y del Pacífico a la selva amazónica), los incas desarrollaron, como los romanos, una sorprendente red de calzadas. Y por ellas transitaban los funcionarios, que, con sus *quipu* (formado por varias cuerdas de colores), y mediante un sistema codificado de nudos, llevaban cuenta de cualquier registro numérico, imprescindible para el buen gobierno del imperio. Por ejemplo, los súbditos de Imperio tenían que registrarse en grupos de diez, incluidos de cinco en cinco grupos en otro mayor, y así sucesivamente (no necesariamente cada cinco grupos en otro mayor) en otros grupos mayores hasta formar unidades de a mil; además, cada familia tenía derecho a un *tupu* (unos 2700 m^2) de tierra por cada hijo varón, y medio por cada hembra. Estos datos dan idea de la organización que se necesitaba en esas tierras y del mérito que tiene haberla conseguido sin el auxilio de la escritura.

Los *quipus* consistían en un hilo de lana, de entre 30 cm y 6 m, del que pendían otros más delgados y de distinto colores y longitudes. Si era necesario, podían añadirse más hilos.

Pero en los *quipus* (de quechua *quippu*, nudo) no sólo se llevaba la contabilidad, sino que era el soporte en el cual los incas plasmaban todo lo que nosotros consignaríamos en libros o en papel. Por ejemplo, uno solo de estos utensilios podía contener la historia completa del imperio. El significado de sus nudos no dependía sólo de la forma o de la posición de éstos, sino también de la longitud y del color de los hilos en donde estuviesen y del número y orden de estos hilos, entre otros factores.

Como es evidente, utilizar y decodificar una información expresada de una manera tan compleja exigía una preparación adecuada. Entre los incas había una clase social dedicada en exclusiva a estos menesteres, la de los *quippucamayoc*, que incluso se dividían en especialidades (historia, estadística,...).

Por otro lado, el primer rastro de un programa, es decir, una secuencia de acciones conocida de antemano que ha de seguirse para alcanzar un resultado, es un algoritmo sobre la multiplicación, conocido en Egipto hacia el año 1850 a. C. En este sentido, cabe destacar otros como la famosa criba de Eratóstenes para obtener números primos (250-230 a. C.). Pero, para su verdadera eclosión, hay que esperar a que los nuevos aires aportados por la ciencia árabe llegasen: en concreto, a la figura del sacerdote Muhammad Ibn-Musa Al-Khwarizmi.

Al-Khwarizmi, nacido hacia el año 780 en Khwarizm, actual Khiva (Uzbekistán), bebiendo en fuentes tanto hindúes como griegas (fue enviado por el califa Al-Mamun en misión científica a la India, donde aprendió su sistema de numeración), introdujo en su cultura la numeración hindú, incluido el cero (que, como hemos dicho, fue introducida en Europa al ser traducidas sus obras al latín, en el siglo XIII), escribió varios libros sobre astronomía, uno sobre aritmética, continuó la obra de Diofanto, fundando el álgebra (palabra que deriva del título de la obra donde nos la presenta, *Ilm-al-jebr-wa´l-muga-balah*, "Ciencia de la Transposición y de la Cancelación", del año 830, donde aborda la resolución de ecuaciones por vez primera) y, tal fue su fama, su nombre degeneró en "algoritmo", que llegó a significar "Arte de calcular", aunque fue a causa de una traducción defectuosa de su obra *Ilm-al-jebr-wa´l-muga-balah*, realizada por el monje Adelardo de Bath.


Al-Khwarizmi

EL ÁBACO

Pese a que la importancia del ábaco ha sido, y es, tan grande para la civilización, su origen se pierde en la oscuridad de los tiempos, y tampoco se sabe a ciencia cierta qué civilización lo descubrió por primera vez. No obstante, con independencia de qué civilización lo usase en primer lugar en el tiempo, es seguro que fue inventado independientemente por varias civilizaciones. De otra manera sería inconcebible que, por ejemplo fuera usado por babilonios y mayas antes del primer milenio de nuestra era.

El ábaco es un aparato de cálculo analógico en el que las cuentas representan los números. Permite hacer las cuatro operaciones básicas, y su manejo es extremadamente sencillo. De ahí, sin duda, su éxito en la historia.

Parece ser que los primeros que usaron un ábaco fueron los babilonios, hacia el año 3000 a. C., aunque también hay quien cree que dicho honor corresponde a los chinos (sus primeros ábacos conocidos datan de principios del segundo milenio antes de Cristo, y en este país se reclama con orgullo su paternidad), mientras que otros eruditos lo ven como un inventó hindú.

De cualquier manera, los primeros ábacos que se conocen no son sino hendiduras en la arena donde se introducían piedras pequeñas o conchas, hasta un número de diez en cada línea (la palabra "ábaco" proviene del griego *abax*, tablero liso, que, a su vez, puede proceder del hebreo *abaq*, polvo). Había una hendidura para las unidades, otra para las decenas, otra para las centenas, y así sucesivamente. Cuando se llenaba una línea con diez piedrecillas, se retiraban éstas y se añadía una a la línea inmediatamente mayor.

Arquimedes es asesinado por un soldado romano

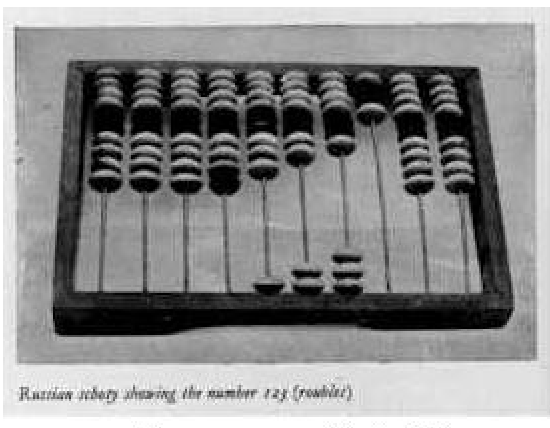
También se consideran ábacos, simplemente, a los tableros sobre los que se colocaba una capa de arena oscura, en la que se dibujaban cifras o figuras (Arquímedes fue asesinado por un soldado romano en la invasión de Siracusa mientras se hallaba absorto, usando uno de estos tableros, en un problema geométrico).

Posteriormente, la arena se colocó sobre un tablero, y los griegos (desde el 300 a. C., aproximadamente) y los romanos usaron planchas de cobre con hendiduras para los guijarros. A este dispositivo, los romanos lo conocían como *abacus*, y los griegos, como *abakion*. Como curiosidad, el origen de una palabra tan imprescindible en nuestros días como es *cálculo* está aquí, en el latín *calculus*, *calculi*, nombre con el que los romanos designaban a cada una de las piedrecillas del ábaco.

Los aztecas, hacia el año 1000 d. C. emplearon unas barras de madera verticales, en las cuales ensartaban las argollas.

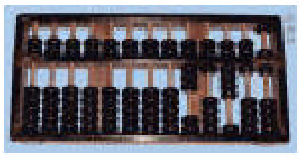
El ábaco ruso (*s´choty*), que se sigue usando en ciertas zonas de la Rusia asiática, en pequeños comercios y negocios (en las grandes empresas han sido reemplazados por moderas computadoras), consiste en un marco de madera con alambres horizontales. Cada uno de esos alambres lleva diez anillas de madera, y cada alambre representa una posición (unidades, decenas,...). Las dos cuentas centrales de cada filamento son de distinto color.

Respecto a su origen, se piensa que los rusos lo conocieron por influencia árabe, no oriental. De ahí que se use también en zonas de la India y de Oriente Medio, con diversos nombres. Por ejemplo, los turcos lo llaman *coulba*, y los armenios, *choreb*.



Abaco ruso (s´choty)

El ábaco chino (*suanpan*) actual es parecido al ruso, salvo en un listón que divide a los filamentos en dos zonas. En la superior, que representa el cielo, hay dos cuentas en cada columna, cada una de las cuales equivale a cinco unidades. En la parte inferior, tierra, hay cinco cuentas por columnas, con el valor de una unidad. Su funcionamiento es análogo a cualquier otro, salvo en que no está basado exactamente en el sistema decimal, ya que, cuando se han acumulado cinco unidades, se retiran todas y se coloca una de la columna correspondiente, pero de la sección superior. Así, para representar el número 8 hay que colocar una en la parte superior y tres en la inferior. Cada columna representa una posición (unidades, centenas,...). Esta forma actual data del siglo XII de nuestra era, cuando los ábacos de cuerdas y los alambres sustituyeron a los primitivos rodillos de cálculo. Poco después, los chinos lo exportaron a Corea y Japón. En la actualidad se sigue usando en casi todos los bancos y comercios, pese a la presencia de los ordenadores.



Suan pan

Como hemos dicho, casi todos los centros chinos donde se manejan números tienen ábacos. En cualquier caso, sus empleados están obligados a saber manejarlo, aunque no lo usen profesionalmente, para obtener el trabajo. Para acreditar su destreza y obtener su plaza, han de aprobar un examen de cálculo, de carácter nacional, al que cada año se presentan más de un millón de personas, según la Asociación China del Ábaco.

Pero no sólo en la banca y en el comercio se usa este instrumento. El ábaco también estuvo presente en una operación tan delicada como el desarrollo de la primera bomba atómica china. Entonces, todos sus cálculos se realizaron mediante ábacos.

Soroban

Por último, el ábaco japonés (*soroban*), es muy parecido al chino, salvo en que en la sección superior hay cuatro bolas y en la inferior, una (hasta 1920, en la parte inferior había cinco cuentas, pero en esa fecha se le retiró una). Con un origen que se estima en el siglo XVI, seguramente traído por los chinos, en Japón se usa en la actualidad, sobre todo en los pequeños y medianos comercios, e incluso existe un Instituto de Investigación del Ábaco y un Comité Central de Operadores de Ábacos.

Debe destacarse también como nota curiosa, que, pese a que el ábaco lleva asociada una imagen de antigüedad y de inmovilismo, los fabricantes de ábacos no piensan lo mismo. Cierto es que su número va disminuyendo paulatinamente (por ejemplo, en la inmensa China no llegan a 200), pero los que quedan se esfuerzan por lanzar al mercado nuevos modelos con los que poder sobrevivir a la computación electrónica, que, paradójicamente, tiene en Japón uno de sus centros vitales. Por ejemplo, uno de ellos, Fu Xiaoyoy, ha ideado un modelo semejante a un teclado de ordenador, que, al parecer, está siendo bien recibido en Japón y Singapur.

En Europa, ya los griegos y los romanos usaron ábacos, como hemos dicho. En los últimos años del imperio romano (524), Boecio (Roma, hacia el 480- Ticinum, actual Pavía, 524), introdujo una variante de éste, con menos cuentas, que no tuvo mucho éxito. En la Edad Media, el ábaco casi desapareció de Europa, pese a que, ya en el siglo X, el religioso francés Gerberto de Aurillac (Aurillac, hacia 940- Roma, 1003), que fue Papa con el nombre de Silvestre II, a partir del cual se suele empezar a contar un leve pero primer despertar científico en Europa (usó por primera vez los números arábigos, que se cree conoció directamente de Al-Khwarizmi), introdujo una nueva variante del ábaco, mejor que las anteriores, que tampoco recibió demasiada atención.

Boecio

Pastor de cabras en su juventud, Gerberto de Aurillac pudo, sin embargo, estudiar. Tras dejar su país, vivió varios años en el condado de Barcelona, en concreto en el monasterio de Santa María del Ripoll, que, por aquel entonces, era el puesto intermedio entre la cultura musulmana y Europa (también hay una leyenda que afirma que asistió a la universidad de Fez, disfrazado de musulmán). En Santa María del Ripoll adquirió la mayor parte de su formación cultural, y allí entró en contacto con libros árabes que describían el ábaco. Tras muchos años de trabajo finalizó el mejor ábaco que había existido en Europa, que contaba con mil cuentas de cuerno distribuidas en 27 alambres, y escribió una obra sobre el tema, *Regula de Abaco Computi*, aunque el modo de uso de su descubrimiento se divulgó de manera oral. Este ábaco tenía una cuenta para cada posición del uno al nueve. Cada una de ellas recibía el nombre de *abax*.

Gerberto de Aurillac

Por si fuera poco, Gerberto de Aurillac extrajo de libros árabes información para fabricar relojes e instrumentos astronómicos, y a él se le atribuye el primer reloj de péndulo.

Desgraciadamente, Europa no estaba en disposición de valorar su invento, ya que no conocía el cero, lo cual reducía al aparato al nivel de las cuentas manuales. Además, hay que decir que su invento nunca funcionó perfectamente.

Resulta curioso, no obstante, que bastantes ábacos usados ya por los romanos, o incluso los griegos, llevaran implícita la noción de cero, como alambre o surco vacío, y que, sin embargo, la inteligencia de este símbolo no llegara a Europa hasta la Edad Media. Esto puede deberse en parte a que, en aquella turbulenta época, pocos sabían leer o escribir, y a que los papiros y otras superficies propias para la escritura escaseaban. Así, resulta más comprensible que las operaciones aritméticas se realizaran casi exclusivamente con el ábaco, y no se sintiera la necesidad, o no se tuviera la posibilidad, de consignarlas por escrito (y, sin escribir, de poco sirve llamar con un símbolo a la nada). Sólo así puede explicarse que un sistema de numeración tan poco operativo como el romano subsistiese en Europa hasta bien entrada a Edad Moderna, cuando un sistema de numeración posicional e infinitamente más práctico para hacer cálculos, el hindú, se impuso por fin.

La idea de Gerberto de Aurillac fue recogida por un español llamado Magnus, quien construyó, hacia el año 1000, una máquina de calcular de bronce en forma de cabeza humana, donde los números estaban en el lugar de los dientes. No obstante, el desgraciado fanatismo religioso de su época declaró su invento superhumano, con la consiguiente destrucción del mismo con palos.

Como hemos dicho, el ábaco casi desapareció de Europa durante la Edad Media. Sólo en la cuenca mediterránea y en Inglaterra (la nación culturalmente más "avanzada" dentro del mar de tinieblas que supuso globalmente para la cultura la Edad Media) se usaba una versión simplificada, formada por una tabla donde se representaban las posiciones, mientras que los cálculos se hacían con monedas u otros pequeños objetos. Del nombre de esta tabla cuadriculada (*checkered*), a la manera de un tablero de ajedrez, tomó su nombre la Tesorería británica (*Exchequer of England*).

Cabe destacar que la reintroducción del ábaco fue un precedente necesario para que los números arábigos, popularizados por el *Liber Abaci* de Leonardo de Pisa, fuesen aceptados en Europa. En efecto, si el ábaco no hubiese introducido previamente la idea de valor posicional (no es lo mismo 13 que 31, por ejemplo), quizá los nuevos números no hubiesen sido comprendidos ni valorados como inmensamente más operativos que los farragosos números romanos.

Sin embargo, el ábaco, que se fue usando en Europa con el tiempo, no desbancó a la numeración romana, como podría pensarse por el contraste que, aparentemente, suponía con respecto a ésta. Es más, convivieron hasta comienzos del siglo XVI, cuando el ábaco cayó en desuso, ya que los calculistas no hacían operaciones sobre el papel con números romanos, sino que las anotaban (MCM+ DCCCIV), las realizaban con el ábaco y volvían a anotar la solución (MMDCCIV) en caracteres romanos. Por lo tanto, para ellos era indiferente, desde el punto de vista práctico, usar numeración romana o escribir el resultado de cualquier otra manera, pues seguían realizando sus cuentas con el ábaco, que no entendía de lenguajes.

La convivencia de ambos sistemas, arábigo y romano, suscitó una aguda polémica entre los llamados "abaquistas", aferrados a la tradición del sistema romano y las operaciones con ábacos, y los "algoristas", que defendían la nueva notación hindú. Incluso los Estados tomaron parte en tan desgraciada polémica, llegando a estar prohibidos los procedimientos de los "algoristas" en algunos lugares, ya que consideraban las cifras arábigas como demasiado sencillas de falsificar. Pese a que en el siglo XVI, merced a la abundancia de papel, a la imprenta, a diversos tratados de matemáticas donde se explicaba la numeración y el modo de calcular con ella (*Aritmética* de Treviso, de autor anónimo, de 1478; *Summa*, de Luca Pacioli, 1487;...) y al cálculo logarítmico, la numeración hindú se acabó imponiendo, los "abaquistas" siguieron teniendo fuerza en Europa hasta la Revolución Francesa, e incluso después en Gran Bretaña.

Pero el ábaco no es sólo una pieza de museo, que sobrevive únicamente en el lejano y exótico Oriente. En los ultramodernos y sofisticados Estados Unidos, la empresa Panasonic (japonesa) exige a sus empleados conocer el manejo de este instrumento, para prever una posible invasión de sus servicios informáticos por un virus. Incluso se enseña su uso en las escuelas. Según parece, un estudio señala que los niños desarrollan la inteligencia con su uso, cosa nada difícil de cree, por otro lado.

Con el ábaco, una persona experta en su manejo podía hacer sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y radicaciones a una velocidad similar a la que se consigue con una calculadora moderna. Tanto es así que el 12 de noviembre de 1946 se celebró una curiosa competición. Los participantes eran el soldado Thomas Nathan Wood, del ejército de los E.U.A., y Kiyoshi Matsuzaki, del departamento de ahorros del Ministerio de Instrucción Postal nipón. El primero contaba con la calculadora más avanzada de la época, valorada en 700 dólares, y con su fama de ser uno de los usuarios de máquinas de calcular más rápidos del ejército, mientras que el segundo contaba con un simple ábaco valorado en unos veinticinco centavos... y con su experiencia. El desafío consistía en cinco cálculos en los que intervenían las cuatro operaciones fundamentales, uno para cada operación y otro con las cuatro combinadas El vencedor fue, por un rotundo 4 a 1, el calculador oriental, con su ábaco. Los números que intervenían en ella eran de entre tres y 12 cifras, y el hábil japonés sólo se vio doblegado en la multiplicación.

Hay que decir, no obstante, que gran parte de las solturas de los orientales con estos instrumentos se debe a su propia soltura mental, que les permite valerse del ábaco principalmente para anotar resultados intermedios. Pero esto implicaba que un error en un punto intermedio llevaba a la falsedad del resultado final, con lo que había que repetir el proceso desde su inicio. Para intentar evitarlo, algunas empresas japonesas hacían sus cálculos con tres empleados al mismo tiempo, para contrastar los resultados de los tres.

LA EDAD MEDIA EUROPEAY EL NUEVO SISTEMA DE NUMERACIÓN

La Edad Media, en lo que a ciencia se refiere, es, de largo, la etapa menos productiva en la historia de la Humanidad desde el nacimiento de las primeras civilizaciones, pese a ser la más larga. Atendiendo a la historia de la ciencia, puede dividirse en tres períodos: El llamado Renacimiento carolingio, movimiento muy poco significativo cuyo punto álgido coincide con el reinado del monarca francés Carlomagno; un período de vacío total en la Europa cristiana, que duró hasta los siglos XI y XII (hasta figuras como San Alberto Magno, Fibonacci y otros sabios de categoría) destacando como únicos islotes el pontificado del ya mencionado Silvestre II y las obras enciclopédicas, pero no descubridoras, de los ingleses Beda el Venerable (Jarrow, Durham, 673- Jarrow, 26-V-735) y Alcuino de York (York, 735- Tours, 804), el español San Isidoro de Sevilla (Cartagena, hacia el año 560- Sevilla, 4-IV-636) y el italiano Gerardo de Cremona (Cremona, hacia el año 1114- Cremona, 1187), además del reinado de Alfredo el Grande (Wantage, Berkshire, 849- Winchester, Hampshire, 28-X-900), rey de los sajones occidentales (Inglaterra) entre los años 871 y 900; y un "prerrenacimiento", que abarca desde este época (siglo XII) hasta el "Quatroccento" italiano. De ellos, sólo el tercero registra un avance en un tema relacionado con los sistemas informáticos (en los anteriores, lo único destacable, los tímidos escarceos de nuevos ábacos, ya ha sido tratados), aunque éste es de capital importancia: la introducción de los números arábigos en Europa. Asimismo, este tema ha sido también considerado en la primera parte de esta obra, por lo que aquí sólo ponderaremos la importancia de este sistema para el desarrollo de la Matemática.

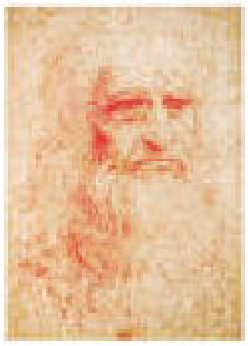
EL RENACIMIENTO Y LA EDAD MODERNA. RELACIÓN CON LA CIENCIA

Si tenemos que definir con una palabra el Renacimiento, no lo dudaríamos: antropocentrismo. El movimiento cultural e ideológico iniciado en Italia en el siglo XIV (aunque enraíza en el pre-Renacimiento medieval) se caracteriza, frente a la religiosidad medieval demasiado represiva, por una exaltación de la autonomía humana. Sí es una vuelta a los moldes greco-latinos, un surgimiento de las nacionalidades, un desarrollo de la conquista y exploración de América, un afianzamiento de la burguesía y varias cosas más. Pero, frente a todos estos hechos, particulares de campos concretos, domina la ideología que hace al hombre más libre, que resalta su racionalidad. La fe no se pierde, en general, sino que se transforma: el ideal religioso no está tanto en la Inquisición como, por ejemplo, en el Sumo Pontífice Silvestre II, de quien hemos hablado.

Consecuentemente, las artes, la literatura, la ciencia y la cultura en general viven un período ubérrimo, como nunca antes habían conocido. Y, en particular, la Astronomía pasa de ser una ciencia eminentemente visual, que aún acepta sin rechistar las teorías de Ptolomeo, a ser la ciencia más importante en aquella época. Sólo con nombrar a Copérnico, Tycho Brahe, Kepler o Galileo nos hacemos una idea de la importancia de este período en la historia de la Astronomía, qe puede considerarse casi como el de su verdadera fundación.

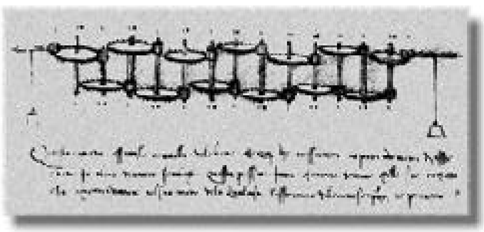
Como es evidente, un aumento de conocimiento astronómico lleva consigo un aumento de tediosos e interminables cálculos, cada vez más largos. No es, pues, extraño que, para responder a la demanda de la Astronomía, la invención de máquinas de cálculo se dispare. Sobrevivirá incluso a las crudelísimas guerras de religión, acaso el episodio más triste de la Historia de Europa.

LEONARDO



Autorretrato de Leonardo

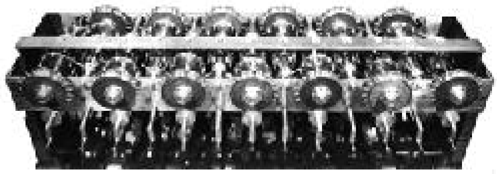
Puede parecer sorprendente que durante el siglo XV, cuando la cultura europea estaba apenas despertando de su larguísimo letargo medieval, un hombre osase, dado el estado de la tecnología en ese tiempo, pensar siquiera en una máquina para realizar cálculos aritméticos. Sin embargo, sabiendo que el padre del invento es el pintor, escultor, ingeniero militar y civil, físico, biólogo, botánico, geómetra, escritor y otras muchas cosas Leonardo da Vinci (Vinci, Toscana, 15-IV-1452- alrededores de Amboise, Francia, 2-V-1519), la situación se torna casi esperada. En efecto, en uno de sus muchos cuadernos, Leonardo dedicó un espacio a una máquina de cálculo. La máquina en cuestión, una sumadora, fue concebida en el año 1500, pero no fue construida en su época y se cree que no influyó en otros inventos posteriores, como en el de Pascal. Por lo menos, no se tiene constancia de ninguno de los dos extremos.



Aparato de calcular de Leonardo. Boceto del autor

En vez de ser construido y utilizado, el invento permaneció en el incógnito hasta que, en 1967, se descubrieron, en la Biblioteca Nacional de España, en Madrid, dos cuadernos de Leonardo, en los cuales figuran unos bocetos de una máquina calculadora, con capacidad para trece dígitos, compuesta de ruedas dentadas con un radio constante. Gracias a los dibujos e indicaciones que Leonardo suministraba en estos manuscritos, la máquina pudo ser construida, más de 400 años después de ser concebida.

Este hallazgo es, aunque no sorprendente, dado el interés que por todo tenía el genial florentino, sí extraño: Leonardo ha pasado a la Historia como un pintor excepcional, un ingeniero excelente y un notable físico, entre otras cosas. Además, poseía conocimientos profundos de Geometría, junto con una intuición extraordinariamente acertada. Sin embargo, el Álgebra no le atraía, acaso por su nivel de abstracción, poco compatible con su intuición visual. Por lo tanto, es poco probable que Leonardo estuviera interesado en diseñar una máquina de calcular. En cualquier caso, su autoría es innegable y aquí nos limitamos únicamente a indicar este hecho como curiosidad.



Aparato de Leonardo

LA "CORRIENTE BRITÁNICA"

Al margen de la actividad titánica de Leonardo, el origen inmediato de las máquinas de cálculo hay que situarlo en las islas británicas, en concreto en las mentes de un escocés y de tres ingleses.

El primero de ellos, el precursor de lo que podíamos llamar la "escuela británica", fue el noble escocés John Neper, a quien los logaritmos neperianos han inmortalizado y dado justa fama y renombre.

John Napier (españolizado Neper), octavo laird de Merchiston, nació en el castillo familiar de Merchiston, cerca de Edimburgo, en 1550, y falleció en Edimburgo el 4 de abril de 1617. En su juventud viajó por Europa, y, a la vuelta a su país, ideó, amén de otros ingenios, unas lentes, como las usadas por Arquímedes para defender Siracusa, para frenar a la armada de Felipe II. Afortunadamente, no se requirió su uso, ya que la marina inglesa frenó a los barcos del monarca español (la Armada Invencible).

John Neper

Protestante convencido, publicó una obra teológica sobre el Apocalipsis y varios libelos contra los católicos. También fue sospechoso de practicar magia negra y, según parece, creía a astrólogos y adivinos (no olvidemos que, en esa época, la astrología no tenía la categoría de farsa que ahora, con justicia, ha de soportar; por ejemplo, el propio Kepler ostentó el cargo de astrólogo de la corte del emperador alemán, y el matemático y médico italiano Girolamo Cardano fue también astrólogo, aunque fue acusado de hereje, quizá por esta causa). Finalmente, Neper fue el autor de varias máquinas de cálculo, entre ellas una para el ajedrez. Sin embargo, su fama imperecedera reside en el descubrimiento de los logaritmos.

Ideados para facilitar los tediosos cálculos astronómicos y aplicados inicialmente a funciones trigonométricas, las más usadas por los astrónomos, la idea no puede ser más simple, y más brillante al mismo tiempo: expresar todo número como potencia de una misma base, lo cual reduciría largas multiplicaciones y divisiones a sumas y restas, también largas pero considerablemente más simples. Napier utilizó como base un número irracional y trascendente, el número e, y publicó sus descubrimientos, junto con las primeras tablas de logaritmos, en su libro *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, de 1614. Aunque ya había autores, incluso árabes, que habían intuido esta idea, sólo el genio de Napier fue capaz de ponerla en práctica.

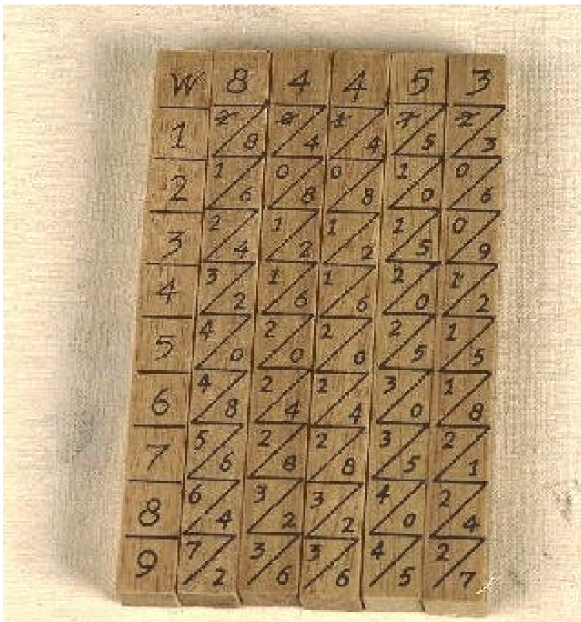
En sentido estricto, deberíamos considerar a las tablas de logaritmos como antecedentes de las primeras calculadoras, en tanto simplificaban los cálculos al bajar las operaciones un grado (los productos en sumas, los cocientes en restas, las potencias en productos,...). A este respecto, diremos que las primeras tablas de logaritmos, naturales (o neperianos, en honor de su inventor), fueron publicadas por Napier en 1614, tras 20 años de laboriosos cálculos (la idea se le ocurrió en 1594). A sugerencia de su amigo Henry Briggs (Warley Wood, Yorkshyre, febrero de 1556-

Oxford, 26-I-1631), consideró los logaritmos decimales. Briggs publicaría una tabla de estos logaritmos (también conocidos como briggsianos en su honor) de los 30000 primeros números, con 14 cifras decimales, en 1624, en su obra *Arithmetica logarithmica*.

Además, también se debe a Napier la introducción de algo tan aparentemente nimio pero tan imprescindible como la coma decimal.

Finalmente, diremos que, gracias a Napier y a los logaritmos, la numeración arábiga triunfó definitivamente en Europa.

A raíz de su magno descubrimiento, Napier publicó otra obra más, *Rabdologiae seu Numerationis per Virgulas Libri Duo* (1615), en el que entran de puntillas, en un apéndice, las instrucciones de uso de un aparato inventado por Napier, motivo principal por el cual hablamos aquí de este sabio escocés.



Huesos de Neper

Este aparato, llamado por el autor "Numbering Rods" y conocido generalmente como huesos de Neper (su nombre proviene del material idóneo para su construcción, hueso, marfil o cuerno) o varillas de Neper (también dados de Neper), no era más que un conjunto de tablillas numeradas por las cuatro caras, divididas en nueve secciones, que permitían hacer multiplicaciones. Al parecer, este sistema, llamado "de celosía", tiene su origen en la India. Tras su invención, la Compañía de Jesús lo divulgó por toda Europa, y, pese a su simplicidad, que podía presagiar una pronta superación por otro aparato, fue popular hasta principios del siglo XX.

Su funcionamiento es sencillo: en ella, los diversos productos parciales se leían horizontalmente, tras colocar las varillas adecuadamente, frente a las cifras del multiplicador. No era, por lo tanto, una máquina en sentido estricto, pues el movimiento debía ser hecho por el usuario y la respuesta era consecuencia de un proceso elaborado también por el usuario. De todos modos, dado que es un avance sobre una simple tabla de multiplicar y, sobre todo, porque ha sido origen de más inventos, este aparato debe tener cabida en esta historia

Uno de los que continuaron desarrollando su invento fue el clérigo anglicano William Oughtred, nacido el 5 de marzo de 1574 ó 1575 en Eton, Buckinghamshire, y fallecido en Albury el 30 de junio de 1660. A lo largo de su larga vida se dedicó en sus ratos libres de manera total a las Matemáticas (hasta el extremo de dormir sólo dos o tres horas en algunas noches), colaborando con algunas aportaciones a la teoría de ecuaciones algebraicas y publicando un libro de texto de Matemáticas (*Clavis Mathematica*, de 1631) donde introducía las abreviaturas *sen*, *cos* y *tg*, usadas en la actualidad.

William Oughtred

Sin embargo, aquí es citado merced a la invención de la regla de cálculo (llamada por él *Círculo de Proporción*), instrumento que, pese a su simplicidad absoluta, fue usado por los ingenieros durante más de 300 años, hasta la popularización de las calculadoras de bolsillo a principios de la década de 1970.

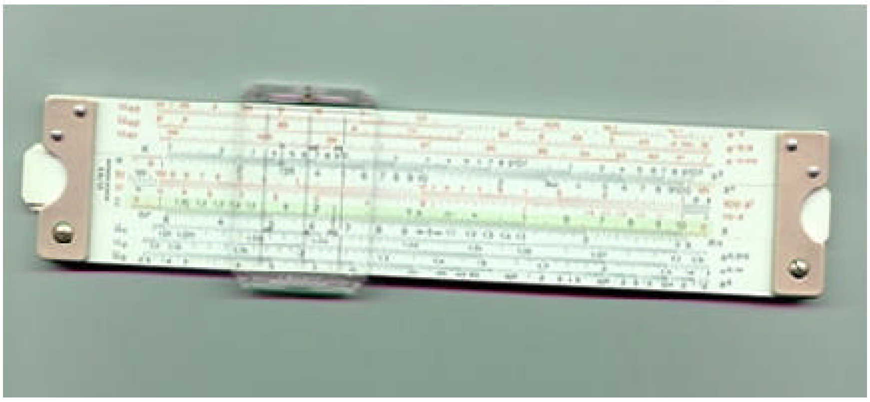
Su invento consistía, sencillamente, en dos varillas de unos cuarenta centímetros de longitud (los primeros modelos eran circulares, de ahí el nombre original) con escalas de logaritmos que, deslizándose adecuadamente una sobre otra, permitían realizar cálculos (multiplicaciones, divisiones e incluso extracción de raíces n-ésimas y potencias). El funcionamiento de este aparato lo describe su autor en su libro *Horizontal Instrument* (1631).

Pero el invento no era totalmente suyo, pues las varillas de las que se componía el aparato habían sido desarrolladas en 1621 por el sacerdote, astrónomo y matemático inglés Edmund Gunter (Hertfordshire, 1581-Londres, 10-XII-1626), basándose en los logaritmos de Napier. Como se ve, la invención de éstos había desencadenado una edad de oro en las "máquinas" de cálculo jamás conocida hasta entonces. Y esto no era sino el comienzo.

Además, la atribución a Oughtred de la regla de cálculo circular tampoco está clara. Lo más común es atribuírsela a él, pero, realmente, cuando publicó la obra en la que describía su funcionamiento, había ya otro libro en el que se describía este aparato. El autor, Richard Delamain (Londres, 1600- 1644), había estudiado Matemáticas en el Gresham College de Londres y había dado clases particulares, habiendo llegado a instruir al rey Carlos I. Era un gran amigo de Oughtred, pero la disputa sobre la prioridad de la invención dio al traste con esta amistad.

En efecto, Delamain ya conoce y explica la regla de cálculo circular en una obra suya, *Grammeologia*, escrita en 1629 y remitida al rey Carlos I, que fue publicada en 1630. Además, al año siguiente publicó *The Making, Description and Use of... a Horizontal Quadrant*. Oughtred, que no publicó su obra *Horizontal Instrument* hasta ese mismo año, acusó a Delamain de plagio, desencadenándose una desgraciada batalla entre ambos, en la que no faltaron las descalificaciones por escrito. Richard Delamain murió en 1644, durante la guerra civil, y la desgraciada polémica amargó los últimos años del anciano Oughtred.

Hoy en día no se descarta que ambos pudieran llegar a su invento de forma separada (esta situación recuerda enormemente a la disputa por la prioridad del Cálculo, que luego veremos), pero, en cualquier caso, la obra de ambos tenía diferente talante, tan diferente como para considerarlas a ambas válidas, cada una para un género de lector: la obra de Delamain era eminentemente práctica, dirigida a ingenieros y a personas a quienes sólo interesase saber manejar el aparato. Oughtred, por su parte, como buen matemático, demostraba sus afirmaciones y sólo afirmaba lo que podía demostrar; su obra estaba dirigida a un público que quisiera saber por que hacía lo que hacía para manejar el aparato. Pese a esta aparente compatibilidad, la controversia duró hasta la muerte de Delamain.



Regla de calcular actual

Dichas varillas eran, como se ha dicho, escalas de logaritmos divididas en proporción a los logaritmos de los números 1 a 10 (es decir, en un extremo se representa el logaritmo de 1, 0, y en el otro, el logaritmo de 10^{10}, 10, y entre ellos se colocan los logaritmos cuyo valor sea un entero entre uno y diez.). Si deseamos multiplicar dos números *a* y *b* menores que la decena, procedemos así: en la primera escala (que, por comodidad, llamaremos A, mientras que B representará la segunda) señalamos *a*, y, bajo él, se coloca el 1 de la escala B. Nos desplazamos al número *b* de la escala B, y leemos el número que aparece sobre este último en la escala A. Éste es el resultado de la operación.

Para dividir *a* entre *b*, se procede de manera análoga: se busca *a* en A, se coloca bajo él el número *b* de B y el 1 de B marcará sobre A el resultado de la división.

Para operar con números mayores que diez, se divide el primer número entre 10 tantas veces como sea necesario, según el procedimiento dado, se ejecuta la operación de los resultados y se multiplica el número obtenido por diez tantas veces como antes hubiese sido dividido el primer operando.

En realidad, estas operaciones son la suma y la resta. Pero, gracias a las propiedades de los logaritmos, si hemos sumado o restado los logaritmos de dos números, hemos multiplicado o dividido, respectivamente, esos dos números.

El invento fue posteriormente mejorado por Robert Bissaker (1654) y por Seth Partridge (1671). Leadbether le añadió en 1750 una regleta corrediza. Sin embargo, fue muy poco conocida hasta que, en 1850, un oficial de artillería francés, Amedée Amnnheim, le añadió el cursor móvil de doble cara.

LA PRIMERA MÁQUINA DE CALCULAR. WILHELM SCHICKARD.

Pese a lo que se suele creer, la primera máquina de calcular que puede considerarse como tal no fue la inventada por Pascal. Este honor se debe a un profesor y religioso alemán, Wilhelm Schickard, aunque su descubrimiento no haya sido justamente valorado aún. Gran parte de culpa la tiene la difícil y azarosa historia que le tocó vivir, a él y a su máquina, y que ha impedido, por ejemplo, que fuese conocida hasta hace unos cuarenta años. El objetivo de estas páginas es, pues, hacer justicia a uno de tantos y tantos sabios injustamente valorados y quizá con más méritos que otros de sobra conocidos. Esta es, pues, la complicada historia de la primera máquina de calcular.

Wilhelm Schickard

Wilhelm Schickard nació el 22 de abril de 1592 en Herrenber, cerca de Tübingen, en el antiguo estado independiente de Württemberg, al Sudoeste de Alemania. Estudió Matemáticas en la Universidad de Tübingen, alcanzando el grado de licenciado en 1609 y obteniendo una maestría en 1611. Posteriormente estudió Teología y lenguas orientales hasta 1613, año en el que se ordenó ministro luterano para varios pueblos cercanos a Tübingen.

Pero no acaba ahí su trayectoria profesional, puesto que en 1619 fue nombrado profesor de hebreo en la Universidad donde estudió, cambiando esta cátedra por la de Astronomía en 1631.

Fue, pues, un "hombre del Renacimiento", comparado por algunos con Leonardo, pues, además de hebreo y astronomía, enseñaba arameo, realizó descubrimientos matemáticos usados hasta el siglo XIX, realizó adelantos en la topografía que permitieron realizar mapas considerablemente más exactos y realizó investigaciones astronómicas. Además, fue pintor, tallador y discreto mecánico.

Pero la labor que lo trae aquí no son sus clases de lenguas de Palestina, sino su faceta de inventor: en efecto, además de todos los méritos ya expuestos, fue autor de varias máquinas, entre ellas una para calcular fechas, diseñada para la astronomía, y otra para ayudar a aprender la gramática hebrea. Su máquina de calcular será descrita ampliamente más adelante.

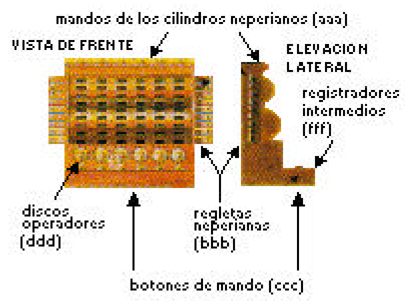
También conoció al célebre astrónomo alemán Johannes Kepler, a causa de sus intereses comunes y de su coincidencia en la Universidad (ambos eran originarios de Württemberg), y se entabló entre ambos una correspondencia que duraría muchos años y que, como tantas otras comunicaciones epistolares en la historia, ha sido vehículo de transmisión de avances (recuérdese a Mersenne, a Fermat,...). Schickard también se carteó con otros importantes científicos de la época.

Ya en 1617, sólo tres años después de que Napier los inventara, apreciaban estos dos sabios la utilidad de los logaritmos, y también conocían el ingenio de Napier conocido como "huesos de Neper".

En una de sus cartas, fechada el 20 de octubre de 1623, Schickard anuncia a Kepler la invención de una máquina de calcular, a la que él llamó "reloj de cálculo", basada en los huesos de Napier, que ambos conocían, y más perfecta que la sumadora de Pascal, pues permitía sumar, restar, multiplicar y dividir números de hasta seis cifras. Ofrecemos a continuación un extracto de dicha carta:

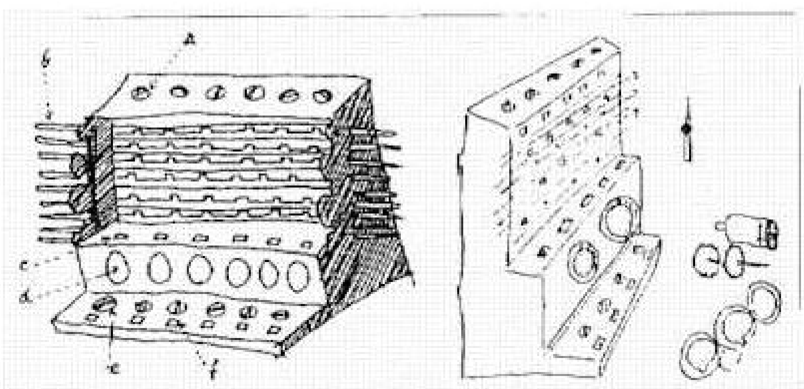
"Lo que haces tú con el cálculo manual lo he inventado yo hace poco mecánicamente (...) He construido una máquina que cuenta inmediata y automáticamente los números dados, suma, sustrae, multiplica y divide (...) Estoy seguro de que vas a estallar de alegría cuando veas cómo transporta lo que se lleva de las decenas o centenas y cómo descuenta en sustracciones" (de Georges Ifrah, *Historia Universal de las Cifras*. Ed. Espasa Calpe, S. A. Madrid, 1997)

Kepler se mostró interesado por el hallazgo, y pidió a su amigo que le remitiese una copia de tan notable aparato. Y, en efecto, Schickard encargó la fabricación de uno de estos aparatos, pero, según anuncia en una carta fechada el 25 de febrero de 1624, fue destruida en un incendio en la casa del artesano, Johann Pfister, a quien se la encargó. Para compensarle, el inventor la describe minuciosamente y adjunta varios dibujos de ella.



Esquema del aparato de Schickard

"... *Te haré en otra ocasión un diseño más cuidadoso de la máquina aritmética; en resumidas cuentas, mira lo siguiente: aaa son los botones de los cilindros verticales que llevan las cifras de la tabla de multiplicación, que aparecen a voluntad en las ventanas de las correderas bbb. Los discos ddd son solidarios con ruedas dentadas interiores, de diez dientes, engranadas entre sí de manera que, si la rueda de la derecha da diez vueltas, su vecina de la izquierda sólo da una; y que, si la primera de la derecha da cien vueltas, la tercera de la izquierda da una, y así sucesivamente. Todas ellas giran en el mismo sentido, por lo que es necesaria una rueda de reenvío del mismo tamaño engranando permanentemente con su vecina de la izquierda, aunque no con la de la derecha, lo que requiere un cuidado especial en la fabricación. Las cifras marcadas en cada una de las ruedas se leen en las aberturas ccc de la plancha central. Finalmente, sobre el zócalo se encuentran los botones eee que sirven para inscribir en las aberturas fff las cifras que se hayan de anotar en el curso de las operaciones. Sería muy prolijo completar esta rápida descripción que se comprendería mejor con la práctica. Te había hecho fabricar un ejemplar de esta máquina por J. Pfister, que vive aquí; pero ha sido destruido hace tres días junto con algunas de mis pertenencias ... en un incendio nocturno ...*" (tomada de Eusebio Huélamo: [http://www.dotpoint.com/xnumber/calculo_mecanico.htm)](http://www.dotpoint.com/xnumber/calculo_mecanico.htm).



Aparato de W. Schickard. Bocetos del autor, en una carta de 1624 dirigida a J. Kepler

Desgraciadamente, tanto el original como los bocetos remitidos a Kepler se perdieron también (se cree que la máquina que Schickard conservó fue destruida por uno de sus descendientes), y Schickard moriría pocos años después, junto a toda su familia, el 23 de octubre de 1635, a causa de una de las epidemias de peste que asolaban Alemania, por entonces en plena Guerra de los Treinta Años.

Los planos de su obra se perdieron poco después, en el transcurso de la revuelta de Oliver Cromwell en Inglaterra, con lo que su obra desaparecía de la historia de la humanidad, como si nunca hubiese sido concebida.

Sin embargo, el tiempo reparó la "injusticia".

En 1935, los planos de la máquina fueron hallados, pero otra guerra, en este caso la II Guerra Mundial, ocasionó nuevamente su pérdida. Finalmente, en 1957, un grupo de investigadores estudiaba la correspondencia de Kepler. Fue entonces cuando el Doctor Franz Hammer, asistente del encargado de la investigación, halló una extraña carta donde se hacía mención a un no menos extraño aparato, que era descrito con todo detalle. La carta estaba firmada por un tal Wilhelm Schickard, y era la carta en la que éste describía su invento a Kepler, pero no se halló ningún dibujo ni esquema de él.

Pocos años más tarde, unos historiadores estudiaban cerca de San Petersburgo (entonces Leningrado) algunos trabajos de Kepler. Entonces, cuando centraban su atención en las páginas de una copia de las *Tablas Rudolfianas*, apareció un papel donde había varios dibujos de lo que parecía un reloj o una máquina similar.

Ocurrió en el observatorio de Pulkovo, y el manuscrito hallado era, evidentemente, la parte que faltaba de la carta de Schickard.

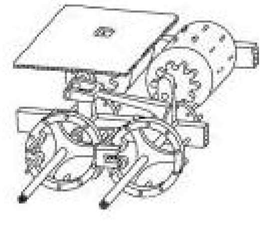
Con toda la información que se había reunido sobre el particular podía abordarse sin temor, aunque con paciencia y esfuerzo, la construcción del aparato de Schickard. Así lo hizo Bruno von Freytag Löringhoff, profesor retirado de Filosofía de la Universidad de Tübingen, quien, valiéndose de sus conocimientos sobre las técnicas de los relojeros del siglo XVII, reconstruyó el aparato. Corría el año 1960, y la construcción funcionaba correctamente. La ocasión fue conmemorada por la República Federal Alemana con un sello de correos emitido en 1971, apara conmemorar el 350 aniversario de la invención.

Sello conmemorativo del descubrimiento del aparato de Schickard

De hecho, lo merecía; además de ser la primera máquina de calcular considerada por los estudiosos como tal, era superior a la de Pascal, y fue construida en el año del nacimiento de éste (aunque el francés, dicho sea en su descargo, no conocía el aparato del polifacético alemán).

Su mecanismo se basaba en una serie de engranajes y ruedas dentadas por los que se transmitía el movimiento y mediante los cuales se realizaba el acarreo. Concretamente, consistía en seis ruedas dentadas, que tenían intercaladas entre cada dos otra rueda, llamada "mutilada". La idea era que, cada vez que una rueda diese una vuelta completa (lo que equivalía a que un número pasara a tener más de nueve unidades), un solo diente de un engranaje se enganchaba en la rueda intermedia, haciendo avanzar la décima parte de una vuelta a la otra rueda con la que estaba unida, situada a la derecha de la anterior, que gobernaba la siguiente unidad. Cuando esto ocurría, el usuario veía que el nueve de una posición pasaba a cero y se sumaba uno a la unidad inmediatamente superior. Además, disponía de un sistema para multiplicar basado en los rodillos de Neper.

Sin embargo, el método presentaba inconvenientes. El principal consistía en cómo hacer que el diente del engranaje se "encajase" en la rueda mutilada y la hiciese girar sólo un décimo de vuelta, ni más ni menos, y salir de ella. La solución más simple consistía en construir las ruedas mutiladas o intermedias con dos engranajes, uno de dientes largos y otro de dientes cortos, y añadir un mecanismo de detención con resorte, que detendría a la rueda en la posición adecuada. Se ignora si Schickard concibió esta solución, pero von Freytag Löringhoff sí la usó, con resultado satisfactorio.



Esquema del aparato de Schickard

Otro problema, éste inevitable con la tecnología de la época, venía emparejado con la propia concepción de la máquina: como su funcionamiento se basaba en la transmisión de movimiento a través de ruedas dentadas y engranajes, podía ocurrir que para enviar una información fuese necesaria más fuerza de la que la maquinaria pudiese soportar (por ejemplo, para realizar 99999+1, todos los componentes de la máquina debían ponerse en funcionamiento, pues todas las cifras pasarías del 9 al 0, con los consiguientes acarreos), con el probable deterioro del mecanismo. Se cree que Schickard se percató de este hecho, y ésa parece ser la causa por la que limitó su máquina a operaciones con números de seis dígitos, pese a que su amigo Kepler requeriría otra de mayor alcance para sus cálculos astronómicos (recuérdese que la obra de Kepler fue eminentemente intelectual, consistiendo en modelos teóricos que explicaran las inestimables observaciones que su maestro, Tycho Brahe, había recopilado a lo largo de su vida).

Ejemplar del aparato de Schickard

Por último, el Reloj de Cálculo también estaba dotado de una campana, que indicaba los problemas de desbordamiento (obtención de números con más de seis cifras). Cuando esto ocurría, la campana lo anunciaba y, tras esto, un sistema adicional, para los dígitos a partir del séptimo, basado en anillos que el usuario debía tener en su mano, se ponía en funcionamiento.

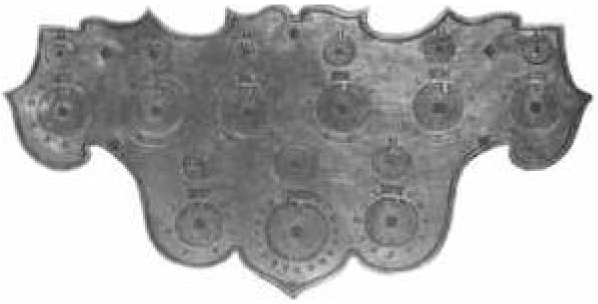
ALGUNOS ILUSTRES DESCONOCIDOS

Hace cincuenta años, la historia primitiva de las calculadoras se componía, básicamente, de los siguientes hitos: el ábaco, los huesos de Neper y la regla de cálculo, la Pascalina y la máquina de calcular de Leibniz. Nadie sospechaba entonces que Leonardo hubiera esbozado una máquina de cálculo en uno de sus cuadernos, y las cartas de Schickard, que ya se habían encontrado, habían vuelto a perderse. Poco a poco, con el paso de los años, estos personajes han adquirido un cierto lugar en esta fascinante historia. Sin embargo, no ha ocurrido lo mismo con otros personajes que, en cuanto inventores de nuevas máquinas, deberían figurar en estas líneas. Adelantamos que, en este caso, la Historia no ha sido tan "injusta" como en algunas ocasiones, pues, seguramente, los que figuran tradicionalmente en historias de esta materia con letras mayúsculas son los que más lo merecen. No obstante, hay entre esos inventores, que hemos dado en llamar los "ilustres desconocidos", autores de máquinas realmente meritorias. En cualquier caso, dado el estado de la ciencia y de la tecnología en el siglo XVIII, cualquiera que osase construir una máquina más o menos sofisticada merece su parte de gloria. Y eso es lo que queremos hacer aquí, aunque conociendo la modestia de nuestros medios: dar algo de renombre, merecido, a quienes quedaron bajo la sombra de Pascal o Leibniz o, simplemente, no quedaron bajo sombra alguna, desapareciendo de la Historia.

En concreto, hablaremos de Tito Livio Burattini, Samuel Morland, Gaspard Schott, Athanasius Kircher y René Grillet de Roven.

Tito Livio Burattini.-

Aunque nació en Agordo, Venecia, en 1617, en 1637 lo encontramos ya en Egipto, donde vivió hasta 1641. Allí trabajó en la elaboración de un nuevo mapa del país, colaboró con John Greaves en la medición de la altura de las pirámides de Gizeh y realizó notables dibujos de edificios y objetos del



Aparato de Tito Livio Burattini

Egipto de los faraones (sus materiales sirvieron a Athanase Kircher para su obra *Oedipus Aegyptiacus*, de 1653). Precisamente, la poca fama de que goza le ha venido por la egiptología, campo en el que fue una de las figuras destacadas anteriores a su verdadero padre, Jean François de Champollion. En 1641 se estableció en Polonia, junto a su hermano Filippo, y ya nunca abandonaría permanentemente aquel país, cuya ciudadanía adoptó y de cuyo gobierno recibió honores. En Polonia trabajó sobre todo como arquitecto, campo en el que intentó introducir algunos de los motivos que había aprendido en Egipto. También tuvo a su cargo la administración de algunas minas. Además, en un libro suyo, *Misura Universale*, de 1675, se propone, por vez primera, un sistema métrico común. Burattini falleció en Varsovia en 1681.

Además de su labor en tan variados campos, en 1659 había diseñado una máquina calculadora, en la que probablemente se basó Morland para construir su máquina de 1666 (al menos, el parecido entre ambas es notable). Consistía este aparato en una placa que contaba con 18 discos profusamente decorados, siendo estos discos una representación circular de los huesos de Neper. Cada unidad llevaba asociados dos discos, pero la máquina carecía de un sistema de acarreo. El primer modelo fue construido en basa doce, y posteriormente elaboró otro ejemplar que operaba en un sistema de numeración de base 20. Una descripción de este aparato podrá encontrarse al hablar de la segunda máquina de Morland.

Samuel Morland.-

Samuel Morland

Samuel Morland nació en Berkshire, Inglaterra, en 1625, hijo de un clérigo de ascendencia noble. A causa de la guerra civil (1642-51), que llevaría al poder a Oliver Cromwell, sus estudios universitarios se retrasaron más de lo normal. Sin embargo, entró en la Universidad y estudió Matemáticas en Cambridge. En 1649 fue elegido miembro del Magdalene College, donde conoció a su amigo y protector Samuel Pepys.

Dedicado a la carrera diplomática, viajó a Suecia en 1653. Precisamente, en la corte de la reina Cristina de Suecia había un ejemplar de la Pascalina, que Morland vio en su viaje. Después fue enviado a Italia, donde se entrevistó con el duque de Saboya. A su vuelta, pasó un tiempo en la corte de Luis XIV, donde quizá conoció a su relojero, René Grillet, autor de otra máquina de cálculo.

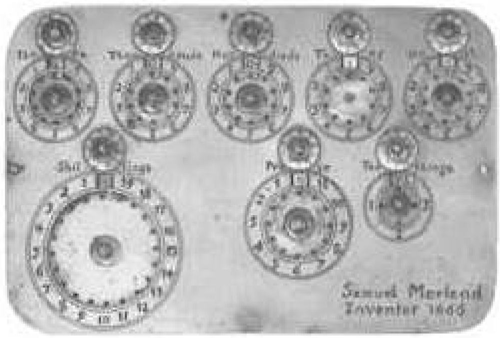
Fue en Francia donde más se consideraron sus méritos. En el país galo era tenido por una autoridad en ingeniería, y fue contratado para dirigir la obra de suministro de agua a Versalles. Su matrimonio con una dama francesa, Susanne de Milleville, hija de un barón, no hizo sino acrecentar los lazos que le unían con ese país, aunque siempre vivió en Inglaterra.

En su país colaboró con el gobierno de Cromwell, con el que logró algunos ascensos. No obstante, era un espía del pretendiente Carlos Estuardo (futuro rey Carlos II), a quien salvó la vida más de una vez, denunciando intrigas contra su persona. Así, no es de extrañar que, cuando Carlos subió al trono (1660), otorgara a Morland varios honores y una pensión. Esto, unido a algunas patentes, le permitió, libre de inquietudes económicas, dedicar el resto de su vida (falleció en 1695) a su pasión: inventar.

Samuel Pepys

Además de aparatos variados, como una estufa de vapor portátil o un barómetro, contribuyó a la historia de la Informática con tres maquinas de cálculo:

La primera de ellas era una sumadora, que data de 1664, concebida para llevar la contabilidad, en el sistema monetario inglés, por supuesto. De ahí su mayor particularidad, al menos para los continentales: estaba basada en el sistema duodecimal, no en el decimal, ya que el la economía de las islas se basaba en este sistema (hasta el 1 de febrero de 1971, cada libra estaba dividida en 20 chelines, y cada chelín constaba de 12 peniques). Este aparato contenía varios discos rotatorios, cada uno con varios agujeros, correspondiente cada uno a una unidad monetaria (libra, chelín,...). Para introducir los valores había que girar el disco correspondiente hasta que una pieza de éste estuviera situada sobre el agujero preciso. Los resultados se veían en una pantalla situada en la parte superior de cada disco. No tenía sistema de acarreo, pero contaba con unos discos auxiliares, asociados a los principales, que giraban una posición cada vez que el disco grande daba una vuelta completa. Al acabar la operación, el usuario debía mirar cuántas posiciones había acumuladas en estos discos auxiliares y añadirlas manualmente al resultado. Tenía las ventajas de ser portátil (medía 10×7,5×0,625 cm), sencilla de manejar y fiable, aunque la ausencia de un mecanismo de acarreo la hacía poco práctica. Su autor la comercializó mediante un anuncio en el *London Gazzette*, pero no tuvo mucho éxito. Guarda bastante parecido con la Pascalina.



Segundo aparato de calcular de Samuel Morland

La segunda, ideada en 1666, estaba concebida como ayuda en multiplicaciones y divisiones, y estaba basada en los huesos de Neper. Estaba compuesta por una placa de bronce donde había una compuerta perforada y varios puntos semicirculares, donde podían introducirse los discos en los que se basaba la máquina. Estos discos eran, simplemente, versiones circulares de los huesos de Neper, donde los múltiplos del número estaban situados en el perímetro. El modo de operar era idéntico al de los huesos de Neper. La maquina incluía treinta discos para hacer productos y divisiones, y cinco más que permitían extraer raíces cuadradas y cúbicas. Esta máquina era muy parecida a la inventada por el italiano Tito Livio Burattini.

Por último, la tercera era una máquina para hacer cálculos trigonométricos.

Morland publicó en 1673 un libro, *Description and Use of Two Arithmetic Instruments*, donde describía las dos primeras máquinas que hemos mencionado y explicaba su funcionamiento. También decía que podía añadirse un mecanismo de acarreo a la primera de ellas, pero, dado que esto complicaría su sencillo manejo, había preferido no hacerlo.

Athanase (Athanasius) Kircher.-

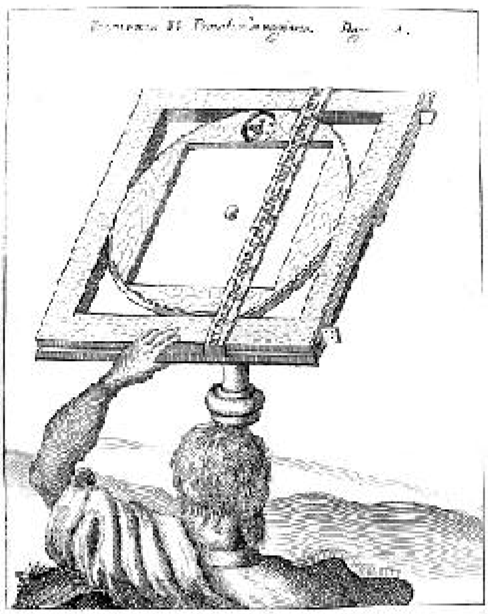
Nacido en Geisa, una pequeña aldea del Rhin Superior, el 2 de mayo de 1601, estudió con los jesuitas en Fulda, para ingresar en la Compañía de Jesús el 2 de octubre de 1618 en Paderborn. Tras una serie de destinos en Alemania para acabar sus estudios y dar diversas clases en los colegios de la Orden y en la Universidad de Würtzburg (lenguas orientales, matemáticas, física, filosofía o ciencias naturales), fue destinado a Francia (1631), a causa de la Guerra de los 30 años, que, a la sazón, desangraba a Alemania. En aquél país vivió en Lyon y en Avignon.

Athanase Kircher

En aquella época descubrió unos jeroglíficos egipcios en una biblioteca, y decidió dedicar su vida a descifrar aquellos, por entonces, misteriosos signos.

Sin embargo, su Orden, que nada sabía de esto, le había destinado a la corte de Viena. No obstante, el senador francés Nicolas Poiresc, conociendo su interés y su capacidad, intercedió por él y logró que pudiese ir a Roma a estudiar. Comenzó enseñando matemáticas, física y lenguas orientales en el colegio de los jesuitas en Roma, pero tanto impresionó su labor a prelados y gobernantes que le relevaron de sus funciones docentes para que pudiera dedicarse de lleno a la investigación. Así pasó el resto de su vida, falleciendo en Roma el 28 de noviembre de 1680.

Durante su estancia en Roma escribió 44 volúmenes en folio, de temas tan dispares como vulcanología (su obra *Mundus Subterraneus*, publicada en dos volúmenes en Amsterdam en 1678, fruto de sus investigaciones y experiencias en el Sur de Italia y Sicilia, donde incluso vivió una erupción volcánica, supuso un paso importantísimo para conocer qué pasaba en las entonces ignotas profundidades terrestres), lingüística comparada, lenguas orientales (su *Lingua Aegyptiaca Restituta*, de 1643, es un diccionario copto-árabe-latín, al que añade una gramática), egiptología, medicina (fue uno de los primeros que culpó de las plagas a seres microscópicos), lingüística (su *Polygraphia seu artificium lingarum, quo cum omnibus totius mundi populis qui correspondere*, editada en Roma en 1663, es un intento de establecer un lenguaje universal) e ingeniería (realizó algunas invenciones), entre otras, además de su importantísima correspondencia científica. También buscó la verdad en falsas ciencias que él sabía falsas, como la astrología, la horoscopía o la alquimia. Sin embargo, no creía en el sistema copernicano.


Pant´ometro de A. Kircher

Pese a que en vida se le reconocieron largamente sus sobrados méritos y aptitudes, siempre fue humilde y piadoso. Quiso dedicarse a predicar en China, pero el General de la Orden se lo prohibió, estimando, con buen criterio, que era investigando como podía dar a la humanidad más beneficio.

En lo referido al tema que nos concierne, en el libro de su discípulo Gaspard Schott *Pantometrum Kircherianum*, editado en Würtzburg en 1669, se describe una máquina geométrica de su invención, el pantómetro. También inventó una máquina aritmética. Por si fuera poco, en su libro *Ars Magna Sciendi*, editado en Amsterdam en 1669, aboga por una lógica universal.

El pantómetro es una especie de compás de proporción, cuyas patas llevan inscritas diversas escalas. También se conoce con este nombre a la invención de Kircher, que consiste en un aparato cuya finalidad es medir ángulos horizontales. Está compuesto por un cilindro metálico que permanece fijo, con una graduación que lleva en su borde superior, y por otro cilindro igual que el primero y situado sobre éste, pero capaz de girar hacia los lados y provisto de visores.

Gaspard Schott.-

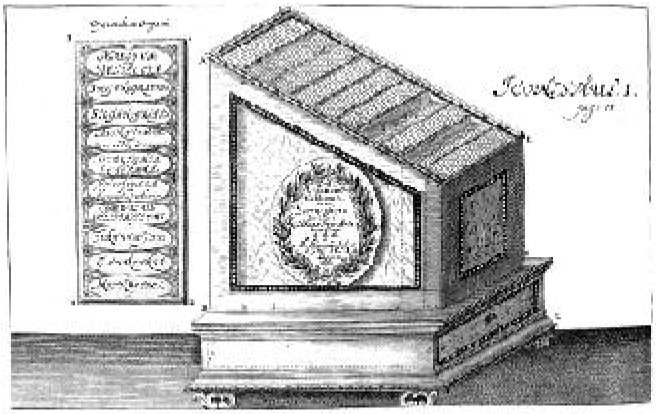
Gaspard, o Caspar (Gaspar) Schott nació el 5 de febrero de 1608 en Königshofen y, tras estudiar en la Universidad de Würzburg con Athanase Kircher, ingresó en la Compañía de Jesús el 20 de octubre de 1627. A causa de la revuelta situación de Alemania, devastada por la Guerra de los Treinta Años, fue enviado a Sicilia a completar sus estudios. Allí, en el colegio que la Orden tenía en Palermo, enseñó Matemáticas y Filosofía Moral. Posteriormente, estudió en Roma entre 1652 y 1655, donde volvió a coincidir con su maestro Kircher. En ese mismo año volvió a Alemania, fijando su residencia en Mainz, para hacerlo luego en Augsburgo. Allí pasó


Cilindros de Schott

sus últimos años, alternando la enseñanza de Matemáticas y Física con su labor de escritor, hasta que falleció, en esa misma ciudad, en 1666.

En su haber como escritor destacan sus obras de ciencia, en especial de Física. Fue un decidido defensor de la tarea científica, y destacó en la faceta divulgadora. Además, mantuvo correspondencia con los científicos más importantes de su tiempo, como el químico inglés Robert Boyle o el físico y astrónomo holandés Christiaan Huygens, y especialmente con su compatriota Otto von Guericke, del que fue entusiasta admirador. No en vano, fue tenido por uno de los hombres más sabios de su tiempo, y su comportamiento también fue admirado. Baste para ello decir que, pese a las terribles guerras de religión que sembraron de cadáveres, fuego y ruina Alemania durante treinta años, su piedad y su austeridad le granjearon el respeto de católicos y protestantes. Sus obras principales son *Magia Universalis Naturae el Artis* (publicada en cuatro volúmenes en Würtzburg en los años 1657-59), que contiene problemas matemáticos y experimentos físicos, y *Mechanica hydraulica-pneumatica* (Würtzburg, 1657).

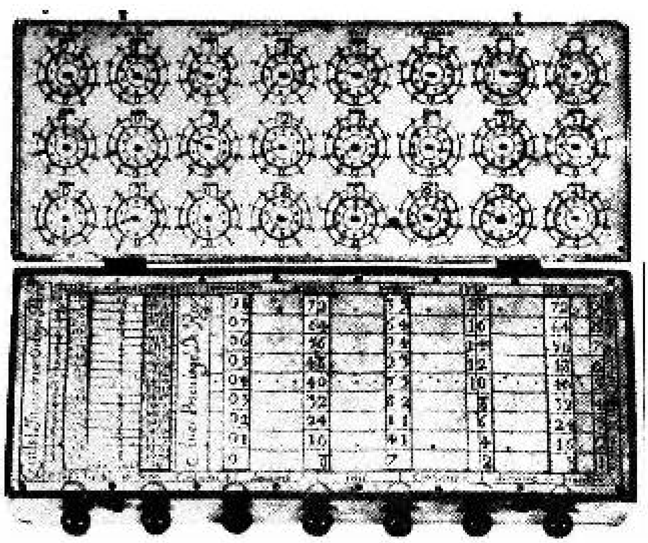
En el último año de su vida, Schott ideó una máquina aritmética, basada en los huesos de Neper. Consistía en una serie de cilindros, cada uno de los cuales contenía una serie completa de los huesos. Pero este aparato estaba integrado en otro mucho mayor, llamado Organum Mathematicum. Este aparato, de grandes dimensiones, estaba compuesto por diez filas de tablas, siendo cada una de estas tablas intercambiables con información específica. Estas tablas permitían utilizar casi todo lo que de Matemáticas y Astronomía aplicadas se conocía entonces. En concreto, además de sumar y restar (una fila de tablas), ayudaba a los ingenieros militares a construir fortificaciones (una fila), llevaba incluido un sistema para determinar la fecha de la Semana Santa y de otros períodos o acontecimientos religiosos (una fila), permitía solucionar algunos problemas relativos a mediciones (una fila), servía para estudiar el movimiento del Sol y las horas de salida y puesta de éste para un día dado (una fila), conocer el movimiento de los planetas y elaborar horóscopos (una fila), elaborar melodías y composiciones musicales (una fila), resolver problemas de cálculo relativos a la construcción de canales y otras obras civiles (dos filas) y para calcular parámetros que permitiesen construir esferas solares, independientemente de su superficie, inclinación o dirección (una fila de tablas).



Organum Mathematicum de G. Schott

René Grillet de Roven.-

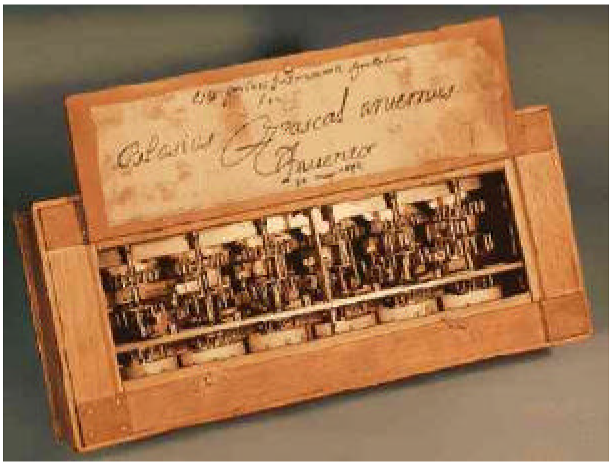
Lo poco que se sabe de este francés es que fue relojero en la Corte de Luis XIV a finales del siglo XVII. En 1678 inventó una máquina aritmética basada en los huesos de Neper. Sólo tenemos noticias de este invento por un manuscrito de su autor que ha sido descubierto recientemente, que confirma su invención, pero que apenas dice nada sobre ella. En la actualidad se especula con la posible



Aparato de calcular de René Grillet de Roven influencia que este instrumento pudo tener sobre la máquina calculadora de Leibniz.

LA MÁQUINA SUMADORA DE PASCAL

Es sin lugar a dudas, la calculadora mecánica o pascalina, el antecedente más conocido de las calculadoras y ordenadores modernos, considerándose, amén de algunas especulaciones sobre otros posibles antecedentes anteriores, el más antiguo. En efecto, fue el francés Blaise Pascal quien, en 1642 desarrolló este portentoso artilugio para facilitarle el trabajo a su padre, el cual tenia que desarrollar tediosos cálculos aritméticos, dada su profesión de cobrador de impuestos.



Su funcionamiento consistía en introducir datos; números, mediante unas ruedecillas metálicas, apareciendo de forma automática el resultado en unas ventanas superiores (tal como se ve en la ilustración). Las operaciones que realizaba eran adiciones y sustracciones.

A pesar de la fiabilidad, rapidez y facilidad de uso de la máquina, no fue aceptada por los funcionarios fiscales, los cuales veían en ella una posible amenaza para el futuro de su profesión, rehusando a utilizarla.

La primera rueda correspondía a las unidades, la segunda a las decenas, etc..., y cada vuelta completa de una de las ruedas hacía avanzar un décimo de vuelta la siguiente. La máquina efectuaba las adiciones a partir de sumas sucesivas y, mediante otro procedimiento, incluso restaba. De este modo, la máquina proporciona de manera automática (con el giro de la manivela) el resultado, dispuesto para leerse.

Blaise Pascal.

(1623-1662) El francés Blaise Pascal es considerado una de las grandes mentes de la historia intelectual de Occidente. Desempeñó su trabajo en diversos campos, sobre todo en filosofía, matemáticas y física.

Nació en Clemont-Ferrand el 19 de Junio de 1623, estableciéndose posteriormente con su familia en París en 1629.

Fue educado por su padre Étienne Pascal, y a edad muy temprana mostró un inusual talento en matemáticas, estudiando geometría desde los 12 años y formulando, tan solo con 16 años, un importante teorema de la geometría proyectiva, conocido como teorema de Pascal y redactado en su *Ensayo sobre cónicas*.

Sin embargo, su padre se había empeñado en no impartirle clases de matemáticas hasta los 15 años, anhelo que tuvo que descartar en virtud de las primeras muestras de aptitudes matemáticas de su hijo.

En 1642, Blaise inventó su máquina mecánica de calcular (probablemente la primera de la historia).

Además de sus descubrimientos matemáticos, Pascal legó multitud de contribuciones en hidrodinámica, hidroestática y dinámica de gases. Probó en 1648, de manera experimental, que el nivel de la columna de mercurio de un barómetro es determinado por la variación de la presión atmosférica, ratificando así la hipótesis del físico italiano Evangelista Torricelli referida a la influencia de la presión sobre el equilibrio de los líquidos.

Otro descubrimiento es el principio físico conocido actualmente como "principio de Pascal" el cual afirma que en un líquido se transmite la presión con igual intensidad en todas las direcciones del espacio.

Durante 1654 mantuvo una larga correspondencia con el famoso matemático francés Pierre de Fermat, desarrollando conjuntamente la teoría matemática de la probabilidad, que actualmente es de suma importancia para todas las ciencias, incluida la informática.

Es sorprendente de qué modo sus ideas matemáticas sobre teoría de probabilidades tuvieron gran influencia en sus escritos filosóficos y religiosos, sobre todo en aquéllos que intentaban motivar y defender el modo de vida cristiano.

Otras contribuciones científicas a la matemática dignas de mención son sus investigaciones sobre cantidades infinitesimales y sus trabajos sobre secciones cónicas.

Una de las ideas que más motivaron a Pascal en su quehacer científico fue su creencia de que el progreso humano se estimulaba con la acumulación de los descubrimientos científicos.

Pascal fue uno de los más grandes escritores místicos de la literatura cristiana. Sus trabajos religiosos se caracterizan por su especulación sobre materias que sobrepasan la comprensión humana. Además, fue un sutil polemistas francés, especialmente en su obra *Provinciales,* un clásico de la literatura de la ironía. El estilo de la prosa de Pascal es famoso por su originalidad y claridad. Sus lectores pueden comprobar el uso de la lógica y la apasionada fuerza de su dialéctica.

El matemático era seguidor del jansenismo (doctrina inspirada en el *Augustinus*, obra de Jansenio, que pretende limitar la libertad humana partiendo del principio de que la gracia se otorga a algunos seres desde su nacimiento y a otros se les niega), y entró a formar parte de una comunidad jansenista de Port Royal en 1654, manteniendo una vida estrictamente ascética hasta el día de su defunción en 1662.

En 1656 escribe sus 18 *Provinciales*, obra en la que ataca a los jesuitas por sus intentos de reconciliar el naturalismo del siglo XVI con el catolicismo ortodoxo.

Pero su escrito religioso más importante fue *Apología de la religión cristiana,* obra publicada en forma fragmentaria en 1670, algunos años después de su muerte. En ese trabajo propone alternativas para la posible salvación o condenación eterna del Alma, encontrándose como condición necesaria e imprescindible la conversión por parte del sujeto al jansenismo. De todas formas, para Pascal, se consiga o no la salvación, el destino final de todo hombre es pertenecer a un reino sobrenatural después de la muerte, que sólo puede conocerse en vida de forma intuitiva.

Otra importante obra de prolífico pensador publicada también en 1670, fue *Pensamientos sobre la religión y otros temas*. En estos escritos explica y justifica las dificultades de la vida humana debidas al pecado original, manteniendo que la Revelación sólo puede ser entendida mediante el camino de la Fe.

LEIBNIZ O LA ECLOSIÓN DE LAS MÁQUINAS CALCULADORAS.-

El invento de Pascal, la primera máquina calculadora concebida para realizar operaciones aritméticas que se conoció en Europa (en rigor, la primera verdadera máquina de cálculo fue la de Wilhelm Schickard, como hemos visto, pero una serie de circunstancias fatales, que también hemos referido, le negaron la gloria que merecía hasta más de 300 años después de su fallecimiento), desató la "fiebre" por construir máquinas de cálculo cada vez más perfectas, mejorando la de Pascal y partiendo de cero. Puede, por tanto, considerarse que, tras la Pascalina, la historia de las máquinas de cálculo alcanza su mayoría de edad. Sin embargo, en atención a lo que la tradición considera otra cima de esta larga carrera (y con razón, como veremos), dedicaremos estas páginas a la última máquina de cálculo anterior a Babbage que ha pasado a la fama: la de Leibniz.

G. W. Leibniz en su juventud

Gottfried Wilhelm Leibniz nació en Leipzig, Sajonia, el 1 de julio de 1646. Fue considerado un niño prodigio y, con los años, se convirtió en un adulto prodigio, que cultivó con acierto la política y la diplomacia, su profesión, además de las matemáticas (a continuación expondremos algunos de sus descubrimientos), la filosofía (su complejo sistema filosófico no puede ser resumido en las pocas líneas que se le podrían dedicar aquí), la física, la teología (fue protestante, pero concibió un proyecto para volver a unir a católicos y protestantes) y la lógica. Llama la atención, al considerar los méritos de Leibniz, el porcentaje de personajes polifacéticos que aparecen en esta sección: el pintor, escultor, científico e ingeniero Leonardo, el filólogo, astrónomo y matemático Schickard, el filósofo, teólogo, físico y matemático Pascal, los egiptólogos y científicos Kircher y Burattini,... y el propio Leibniz).

El padre de Leibniz era profesor en la Universidad de Leipzig, donde ocupaba una cátedra de Filosofía Moral, y debió sentirse muy orgulloso de su hijo, que ya desde sus primeras lecturas manifestaba las notas que distinguirían su pensamiento a lo largo de toda su vida: un interés por todas las ramas del conocimiento y un deseo de armonizar todo lo que iba aprendiendo. Su mente, con una estructuración lógica soberbia, buscaba siempre la relación entre aspectos aparentemente diferentes y casos aislados, intentando hallar un punto de unión o una ley general para todos los casos particulares. Además, como le interesaba todo, su cultura era inmensa (por ejemplo, a los ocho años aprendió latín para leer libros de su padre). Aunque quizá este interés generalizado fue contra su fama, ya que, a causa de su polifacetismo, no puede ser considerado como una cima en ninguna de las materias que cultivó, aunque una historia de las Matemáticas o de la Filosofía, principalmente, no podría comprenderse sin su aportación.

Leibniz ingresó en la Universidad de Leipzig a los quince años, como estudiante de Leyes, y tres años más tarde obtuvo los títulos de bachiller y licenciado, a los que uniría el doctorado en Leyes por la Universidad de Altdorf (1666), donde marchó porque la Universidad de Leipzig le impidió obtenerlo a causa de su juventud.

Al año siguiente inició su labor diplomática, al servicio del duque de Maguncia, aunque poco después pasó a servir al elector de Mainz. Bajo el mandato de éste viajó a París (1672) y a Londres (1673), en sendas misiones diplomáticas.

Aquellos viajes fueron cruciales, ya que conoció a lo más granado de la ciencia y la filosofía europeas del momento (el químico inglés Boyle, el matemático inglés Pell, el filósofo francés Malebranche,...). Pero, entre todos ellos, el personaje que resultaría decisivo en la vida del joven Leibniz fue el físico, astrónomo y matemático holandés Christiaan Huygens (La Haya, 14-IV-1629- La Haya, 8-VI-1695). Cuando llegó a París, Leibniz era, según confesión propia en una carta escrita a Jacques Bernoulli en abril de 1703, un "*geómetra autodidacta, pero poco experimentado y que carecía de paciencia para recorrer la larga vía de las demostraciones*", ya que "*en esta soberbia ignorancia de las Matemáticas no había fijado mi atención sino en la Historia y el Derecho*". No obstante, "*Huygens, que me creía más capaz de lo que yo era*", le inició en el estudio de la Geometría, y le propuso un problema que sería decisivo en su carrera profesional: calcular el valor de la serie (suma infinita) $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\ldots$, donde el denominador de la fracción n-ésima es la suma de los n primeros enteros positivos. Leibniz superó la prueba (la respuesta es 2) y, fascinado por las series, se lanzó a estudiar casos particulares.


Christiaan Huygens

(Los extractos de la carta de Leibniz están sacados de: René Taton, director. *Historia General de las Ciencias*. Ediciones Orbis, S. A. Barcelona, 1988. Tomo 5).

Sin embargo, más que estudiar casos aislados, que también lo hizo, lo que buscaba era encontrar una ley o un conjunto de teoremas que permitiesen resolver mecánicamente cualquier serie, por compleja que ésta fuese. Como más tarde observó, este estudio fue fundamental para su descubrimiento del cálculo.

La extraordinaria inteligencia de Leibniz, y su trabajo e interés, le permitieron realizar rápidos progresos en Matemáticas, y poco después, en 1673, ya hacía descubrimientos propios. La culminación de esta meteórica ascensión fue un nuevo descubrimiento: el Cálculo.

Antes de marchar a Alemania (1676) a causa de su trabajo (en ese año entró al servicio del elector de Hannover), hay constancia de que su descubrimiento ya estaba hecho (concretamente, se sabe que data de 1675). En cualquier caso, sólo publicó su tratado sobre cálculo diferencial en 1684. En 1686 completaría su obra con el volumen relativo al cálculo integral.

Este hecho, que debía ser motivo de enhorabuena en la comunidad científica europea, fue, empero, el origen de la disputa más larga y desgraciada que hay reflejada en los anales de las Matemáticas, y, seguramente, en los de la Historia de la Ciencia: la disputa sobre la prioridad en la invención del cálculo, que aisló a británicos y continentales matemáticamente hablando hasta el siglo XIX.

Sobre este lamentable suceso sólo diremos que es indudable que Leibniz publicó primero (Newton, reacio a dar a la luz pública sus trabajos, no lo hizo hasta 1687). Esto lo sabían los seguidores de Newton, pero acusaron a Leibniz de plagio (en efecto, Leibniz había viajado a Londres en 1673, y estuvo en contacto con los discípulos del eminente físico británico y con la obre de Newton donde se hablaba


Gottfried Wilhelm von Leibniz

de sus fluxiones, por lo que bien pudo plagiar el descubrimiento). Así, al menos, lo estimó la Royal Society, británica y presidida por Newton, llamada a arbitrar esta contienda, que declaró a Leibniz culpable de plagio. Ahora sabemos que, en efecto, que Newton concibió antes su idea, pero que ambas se desarrollaron de manera independiente. La acusación de plagio se desmonta al considerar los conocimientos matemáticos casi nulos de Leibniz en el año en el que estuvo en contacto con las obras de Newton. Además, Leibniz introdujo la notación usada en la actualidad ($\int$, dx).

Esta historia estuvo salpicada de rivalidades y descalificaciones nacionalistas por ambos bandos, pero no corresponde a estas páginas servir como crónica de éstas.

Leibniz pasó el resto de su vida en Hannover, aunque viajó a Londres y a Amsterdam (donde conoció al filósofo holandés Baruch Spinoza), buscando materiales para elaborar la historia de la casa de Brunswick. También fue nombrado bibliotecario de Wolfenbüttel, fundó la Real Academia de Ciencias de Berlín, de la que fue presidente vitalicio, fue miembro de la Academia de Ciencias de París (fue nombrado junto a Newton, en un gesto que honró a los académicos franceses) y de la Royal Society (desde antes de la disputa sobre la prioridad del cálculo), y el zar Pedro el Grande lo nombró embajador de Rusia en Hannover.

Pese a todos estos honores, cuando el elector de Hannover recibió el trono del Reino Unido (reinaría como Jorge I), no estimó oportuno llevar consigo al anciano Leibniz, que deseaba marchar a Londres, por lo que éste pasó sus últimos años solo, falleciendo en Hannover el 14 de noviembre de 1716. Su muerte pasó desapercibida en Europa, y sólo la Academia de Ciencias de París supo valorar su pérdida.

Casa de Leibniz en Hannover

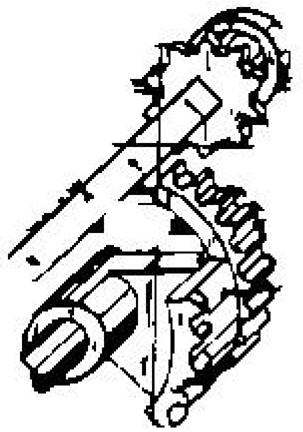
Cuando Leibniz llegó a París en 1672, estaba, como él mismo confiesa, poco introducido en las Matemáticas. Sin embargo, en la misma carta que hemos citado arriba, Leibniz afirma a Bernoulli que "*las Matemáticas me daban, empero, una distracción más agradable; me gustaba sobre todo estudiar y conocer máquinas e inventarlas. En esta época descubrí yo mi máquina aritmética*" (René Taton, director, op. cit). Y así era. Leibniz conocía la máquina de Pascal y el podómetro (instrumento utilizado en Europa desde mediados del siglo XVI, que era un "*nuevo instrumento geográfico que, atado a la silla del caballo, indica claramente por el paso de aquél la extensión del camino seguido*", según una carta de 1584, tomada de Georges Ifrah, véase bibliografía), que consistía en una serie de piñones y ruedas dentadas accionados por una especie de palanca que ponía en movimiento, sucesivamente, cuatro agujas en torno a cuatro limbos, de unidades, decenas, centenas y unidades de millar y contaba los pasos, pasando de forma automática de una unidad a la inmediatamente posterior cuando era menester.

Ya hemos indicado algunas de las claves de la mentalidad leibniziana. Conviene, ahora, añadir que el desarrollo de las máquinas de calcular también fue producido por una creencia ideológica. Leibniz pensaba que "*no es admisible que los estudiosos y científicos, en vez de elaborar y confrontar nuevas técnicas, pierdan su tiempo como esclavos en las fatigas del cálculo, que podía ser confiado a cualquiera si se pudieran utilizar máquinas para ello*".

Y basándose en el conocimiento que de ambas adquirió en París y en esa elevada motivación, comenzó a imaginar nuevas máquinas.

Su primer intento fue añadir a la Pascalina un dispositivo que le permitiese multiplicar, aunque nunca lo construyó. De hecho, no hubiera podido, pues, por su construcción, la Pascalina solo permitía mover una rueda dentada en cada operación, y la idea de Leibniz se basaba en interpretar los productos como sumas sucesivas, lo que traía consigo mover varias ruedas en la misma operación.

Su segundo intento, que le daría la fama, lo llevó a cabo más tarde. Se basaba también en la Pascalina, pero contenía una pieza novedosa, que revolucionó el sistema de acarreo del aparato de Pascal. Consistía este sistema en una rueda dentada con nueve dientes de longitud creciente. Gracias a este dispositivo, llamado rueda de Leibniz o rueda escalonada (stepped reckoner), su máquina podía efectuar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, estas últimas por sumas y restas sucesivas. Además, tenía capacidad para extraer raíces cuadradas. Además, todas las operaciones podían hacerse con un solo golpe de manivela. También tenía dos contadores: uno para sumar y otro para registrar el número de operadores. Tenía también un mecanismo para introducir el número antes de operar con él, lo cual posibilitaba la corrección del mismo antes de realizar la operación.

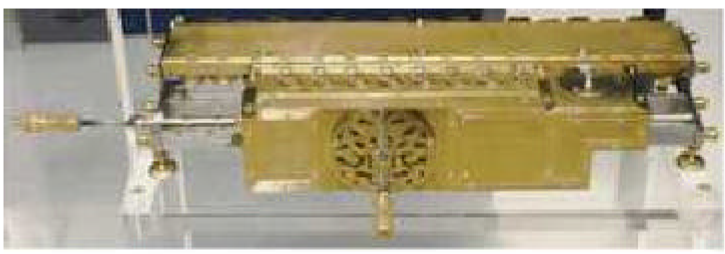


Rueda de Leibniz

El mecanismo venía a ser, más o menos, el siguiente: al girar la manivela, una rueda dentada con diez dientes iguales, fijada sobre un eje deslizante, giraba de cero a nueve posiciones, dependiendo de la posición del tambor. Mediante el mencionado sistema de acarreo, los saltos de unidad podían transmitirse mecánicamente, y de esta manera realizaba las operaciones del modo que ya hemos referido.

Leibniz presentó su proyecto de rueda escalonada a la Royal Society en 1671, cuando aún no había terminado el diseño de la máquina, y sus ideas le valieron una plaza en esta institución británica. En 1673 ya tenía terminado el proyecto, y al año siguiente mandó los planos a un artesano de París, llamado Olivier, para que se la fabricase. No obstante, su mente era más veloz que la técnica, ya que en esa época no existían piezas de la suficiente calidad como para poder acometer un proyecto de esa envergadura. Pese a que el propio Leibniz tuvo que fabricar personalmente varias piezas, la máquina no pudo ser construida hasta 1694, y nunca funcionó correctamente. Sólo se tienen noticias de otro ejemplar más, fabricado en 1704. Leibniz llamó a su descubrimiento "calculadora secuencial" o "por pasos" (en alemán, *die getrocknetsrechenmaschine*).

Como ocurrió con la máquina de Schickard, la máquina de Leibniz no alcanzó la popularidad, y acabó en un sótano de la Universidad de Göttingen. Afortunadamente, en 1879, el tejado de dicha Universidad se deterioró y se produjeron goteras en él. Mientras los obreros estaban arreglando el lugar, uno de ellos halló un extraño aparato cubierto por una espesa capa de polvo: era la máquina de Leibniz. En la actualidad puede contemplarse en el Museo Estatal de Hannover, y hay otro ejemplar en el Deutsches Museum de Munich. Precisamente, esta última guarda un sorprendente parecido con los dispositivos sumadores en código binario que hoy llevan en su interior los ordenadores.



Aparato de calcular de Leibniz

Y ya que mencionamos el código binario, hay que apuntar que Leibniz fue su inventor. En concreto, Leibniz ideó este sistema en 1679, como apoyo para el nuevo cálculo diferencial e integral, y también como mecanismo auxiliar para sus máquinas de cálculo. No es necesario resaltar su importancia capital, más que cualquier innovación mecánica, en el desarrollo de la Informática moderna. Por todo ello podemos decir que un diplomático alemán, también eminente matemático y filósofo, cuyo invento le granjeó fama en vida y fue olvidado tras su muerte, es el verdadero padre de la Informática tal y como la conocemos hoy en día.

ANEXO.- RECONSTRUCCIÓN INFORMÁTICA DE ALGUNAS MÁQUINAS DE CÁLCULO

Dado que nuestra explicación puede haber sido demasiado ambigua o inexacta, ofrecemos aquí direcciones de Internet donde el lector podrá ver cómo funcionan algunas de las máquinas que hemos tratado de describir en la presente obra

Soroban.- http://soroban.com/howto_eng.html
Máquina de W. Schickard.- http://www.gris.uni-tuebingen.de/projects/schickard
Huesos de Neper.- http://www4.uji.es/~al017130/index2.htm

CONCLUSIÓN

Aquí, lector, acaba nuestra historia. Aparentemente, nada ha ocurrido: poco tienen que ver las máquinas de Pascal y Leibniz (y cuánto menos los ábacos) con las modernas computadoras. Sin embargo, acabar aquí no es cuestión de capricho.

En efecto, además de movidos por intereses personales, consideraciones de espacio y circunstancias históricas (Leibniz fue el último gran hito en esta historia antes de Jacquard y Babbage), nuestra elección ha estado motivada, principalmente, porque, aunque en este largo período histórico se recogió poco, se sembró mucho; hasta Leibniz, la historia de la Informática era un campo que estaba siendo arado, abonado y sembrado cuidadosamente; a partir de él, la cosecha empezó a madurar, dando unos frutos inesperadamente abundantes.

Y nuestra intención era narrar el período correspondiente a la preparación de la tierra, que suele quedar oscuro cuando los frutos maduran. Es cierto que lo importante son los frutos que ha dado, pero es indudable que, sin la preparación adecuada, éstos no habrían nacido. Así pues paramos aquí, sabiendo que, una vez la cosecha empezó a dar sus frutos, la Informática nació y creció hasta convertirse en lo que hoy es. Pero ésa es otra historia...

BIBLIOGRAFÍA

En la presente bibliografía hemos seleccionado los títulos que contenían una información más interesante y más sustancial. Por lo tanto, hemos omitido algunas referencias que poco o nada aportan a las que ya hay. Además, se ha dividido atendiendo a los temas que han posibilitado, lo cual no quiere decir que las que se agrupan en "general" no hayan suministrado información para alguno de los otros apartados. Por último, señalamos con un asterisco las referencias más interesantes.

General.-

Babini, José. *Historia sucinta de la matemática*. Ed. Espasa Calpe, S. A. Colección Austral. Madrid 1969.

Julio Rey Pastor y José Babini. *Historia de la matemática*. Ed. Gedisa, S. A.

Enciclopedia Encarta 98. Microsoft.

Ifrah, Georges. *Historia Universal de las Cifras*. Ed. Espasa Calpe, S. A. Madrid, 1997.

Asimov, Isaac. *Enciclopedia biográfica de ciencia y tecnología* (1º tomo). Alianza Editorial. Madrid, 1987.

Varios. *Gran Enciclopedia del Mundo*. Durvan, S. A. de ediciones. Bilbao, 1965.

René Taton (director). *Historia General de las Ciencias*. Ediciones Orbis, S.A. Barcelona, 1988.

(*)http://www.dotpoint.com/xnumber/calculo_mecanico.htm
http://sistemas.ing.ula.ve/sistemas/pd10/evolucion1.ppt
http://www.creatis-tech.com/journal10/history.htm
http://www.medcenter.com.ar/informed/hist_c1.asp
http://www-etsi2.ugr.es/profesores/jmaroza/anecdotario/anecdotario-a.htm
http://www.dct.ufms.br/~mzanusso/mestrado/HistoricoMotivacao.htm
http://www.lafacu.com/apuntes/informatica/histo_tecno/default.htm
(*) http://www.iacvt.com.ar/menuhistoriadelapc.htm
(**) http://dotpoint.com/xnumber/cmhistory.htm
http://www.ciberhabitat.com/museo/2_historia/texto/indice.htm
http://www.netcom.es/icbarca/instrumentos.htm
http://www.newadvent.org/cathen/13589a.htm (Catholic Enciclopedia, en inglés).

Numeración Maya.-

Artículo aparecido en la revista Eureka de la Facultad de Ingeniería de la UAQ, en el número de marzo de 2000 (num. 15).

Código Gray.-

Gardner, Martin. *Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas*. Ed. Labor, S.A. Barcelona.

Fibonacci y sucesión de Fibonacci:

Además de lo aparecido en las obras de carácter general mencionadas anteriormente, descaremos:

Artículo de la Gaceta de la real Sociedad Matemática Española. Vol 5, nº 1 Enero-Abril 2002.

Ábaco.-

Gutiérrez, Claudia (autora del artículo). Periódico *La Verdad*. Edición de Orihuela-Vega Baja. Sábado, 5 de enero de 2002. Contraportada.

Wilhelm Schickard.-
http://www.biar.net/HistoriaInf/personajes.htm#Schickard,%20Wilhem:

Gaspard Schott.-
http://www.tecnoteca.it/contenuti/museo/06 (en italiano).
http://www.deadmedia.org/notes/2/028.html (en inglés).

Athanase Kircher.-
http://www.histoire.org/antiquite/egypte/bastet/ecriture/ecrit04.html (en francés).
http://musicologie.free.fr/derm/kircher.html (en francés).

Leonardo da Vinci.-
http://www.webcom.com/calc/leonardo/leonardo.html

Gottfried Wilhelm Leibniz.-
Dunham, William. *El Universo de las matemáticas*. Ediciones Pirámide, S. A. Madrid, 1996.
Varios. *Diccionario Enciclopédico Salvat*, tomo 11. Salvat Editores, S. A. Estella, 1995.
http://caminantes.metropoliglobal.com/web/biografias/leibniz.htm

PROCEDENCIA DE LAS ILUSTRACIONES.-

1.- Quipu.- www.cpsc.ucalgary.ca/.../ other_number_systems.html
2.- Al-Khwarizmi.- www.superluminal.com/cookbook/ book_technical.html
3.- Arquímedes es asesinado por un soldado romano.- www.arrakis.es/~mcj/ arquimed.htm
4.- Ábaco ruso (s´choty).- dotpoint.com/xnumber/ pic_abacus3.htm
5.- Suan pan.- www.rescon.de/mathe/ zahlundziffer_10.html
6.- Soroban.- www2u.biglobe.ne.jp/~ya-ma-da/ frame/koukoku.htm
7.- Boecio.- br.geocities.com/discursus/ filotext/boecifil.html
8.- Gerberto de Aurillac.- www.xtec.es/recursos/ socials/gerbert/
9.- Autorretrato de Leonardo.- www.artehistoria.com/genios/ cuadros/4333.htm
10.- Aparato de calcular de Leonardo. Boceto.- http://www.webcom.com/calc/leonardo/leonardo.html
11.- Aparato de Leonardo.- Ídem.
12.- John Neper.- www.geo.ed.ac.uk/scotgaz/people/ famousfirst47.html
13.- Huesos de Neper.- artemis.rrze.uni-erlangen.de/servlet/ Anzeigen45?inventa...
14.- William Oughtred.- www.tecsoc.org/pubs/history/ 2001/mar5.htm
15.- Regla de cálculo actual.- http://www.netcom.es/icbarca/images/regla2.jpg
16.- Wilhelm Schickard.- http://www.iacvt.com.ar/menuhistoriadelapc.htm
17.- Johannes Kepler.- www.th.physik.uni-frankfurt.de/ ~jr/physpics2.html
18.- Esquema del aparato de Schickard.- http://www.tiochaloclub.terra.cl/cienciaytecno.htm
19.- Aparato de W. Schickard. Boceto del autor, en una carta de 1624 dirigida a J. Kepler.- http://www.dotpoint.com/xnumber/calculo_mecanico.htm
20.- Ejemplar del aparato de Schickard.- www.gris.uni-tuebingen.de/ projects/schickard/
21.- Sello conmemorativo del descubrimiento del aparato de Schickard.- www.fh-friedberg.de/.../marken/ beispiele/schickard.htm
22.- Esquema del aparato de Schickard.- www-lehre.img.bio.uni-goettingen.de/ edv/Einf_Inf/gl_inf.htm
23.- Aparato de Tito Livio Burattini.- dotpoint.com/xnumber/ non-decimal.htm

24.- Samuel Morland.- http://www.iacvt.com.ar/menuhistoriadelapc.htm
25.- Samuel Pepys.- beebo.org/pepys/about.html
26.- Segundo aparato de calcular de Samuel Morland.- dotpoint.com/xnumber/ non-decimal.htm
27.-Athanase Kircher http://www.histoire.org/antiquite/egypte/bastet/ecriture/ecrit04.html
28.- Pantómetro de A. Kircher.- http://www.enel.it/biblioenel/tecnicacuriosa/technicacuriosa/galleria.asp (fotografía nº 3).
29.- Cilindros de Schott.- http://www.tecnoteca.it/contenuti/museo/06
30.- Organum Mathematicum de G. Schott.- http://www.enel.it/biblioenel/tecnicacuriosa/technicacuriosa/galleria.asp (fotografía nº 2)
31.- Aparato de calcular de René Grillet de Roven.- www.tased.edu.au/.../infotech/ stage1/assign2/pre20th.htm
32.- Blaise Pascal.- Internet.
33.- Pascalina.- Enciclopedia Microsoft Encarta 98.
34.- G. W. Leibniz en su juventud.- www.precalculus.freeservers.com/ trigonometry.htm
35.- Christiaan Huygens.- 131.188.160.241/Grafik/Physicians/ Portraits.html
36.- Gottfried Wilhelm von Leibniz.- www.math.nus.edu.sg/aslaksen/ teaching/calculus.shtml
37.- Casa de Leibniz en Hannover.- www.bu.edu/.../philosophy/ philosophy_gallwmodearly.htm
38.- Rueda de Leibniz.- dotpoint.com/xnumber/ madas.htm
39.- Aparato de calcular de Leibniz.- http://www.dotpoint.com/xnumber/calculo_mecanico.htm

Para explicitar ciertos temas cuya explicación requería de cierta didáctica difícil de elaborar de modo correcto, hemos recurrido a ciertos volúmenes dedicados a la enseñanza en distintos niveles:

Para explicar la numeración romana:

Graduado escolar: matemáticas. Libro de educación de adultos. Ed. Santillana, S. A.

Por la claridad y sencillez del diagrama, hemos introducido en el trabajo un mapa que ubica distinatas clases de numeración en sus respectivas localidades geográficas. La ilustración procede de:

Vizmanos, José Ramón. y Anzola, Máximo. *Algoritmo 1, 1º de Bup.* Ed. SM.