Departamento de matemáticas
Universidad de Murcia

Test autorespuesta (III)
Funciones derivables

Bernardo Cascales Salinas
José Manuel Mira Ros
Salvador Sánchez-Pedreño

Inicio del Test

1. Encontrar la razón de crecimiento instantáneo de $y = mx + b$ en $x = 27$:

1. 27

☐ Verdadero ☐ Falso

2. $27m$

☐ Verdadero ☐ Falso

3. 0

☐ Verdadero ☐ Falso

4. m

☐ Verdadero ☐ Falso

2. Sea $f : (a-\delta, a+\delta) \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable. Entonces:

1. f es continua en todo punto de $(a-\delta, a+\delta)$.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. Puede existir un punto en $(a-\delta, a+\delta)$ en el que f no sea continua.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. f es acotada.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. La función derivada f' es continua en $(a-\delta, a+\delta)$.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. Sea $f(a,b) \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable, tal que $\lim_{x\to b} f(x) = r$, entonces:

1. Puesto que la derivada de una función constante es nula, se tiene, tomando derivadas, que $\lim_{x\to b} f'(x) = 0$.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. $\lim_{x\to b} f'(x)$ existe, aunque no tiene por qué ser nulo.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. f se puede extender a una función continua en $(a,b]$.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. f se puede extender a una función derivable en $(a,b]$.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. Sea $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ derivable tal que $S = \{x \in [0,1] : f(x) = 0\}$ es un conjunto infinito. Entonces:

1. No existe f con dichas propiedades.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. f es necesariamente la función idénticamente nula.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. Existe $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = f'(c) = 0$.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. Para cada $k \in \mathbb{N}$ con $k \geq 2$ la función

$$f_k(x) := \begin{cases} x^k \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

verifica las hipótesis dadas.

☐ Verdadero ☐ Falso

5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable con $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y con $f(0) = 0$, entonces:

1. $f(x)f(y) \geq 0$ para todo $x < 0 < y$ in $\mathbb{R}$.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. $f(x) > 0$ si $x < 0$ y $f(y) < 0$ si $0 < y$

☐ Verdadero ☐ Falso

3. $f(x) < 0$ si $x < 0$ y $f(y) > 0$ si $0 < y$

☐ Verdadero ☐ Falso

4. $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

☐ Verdadero ☐ Falso

6. Sea $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable y tal que existe un único punto $c \in [a, b]$ tal que $f'(c) = 0$. Entonces:

1. f alcanza un único extremo absoluto (máximo o mínimo) en el punto c.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. f alcanza el máximo y el mínimo absolutos, uno de ellos en c.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. f alcanza el máximo y el mínimo absolutos, ninguno de ellos necesariamente en c.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. La situación descrita es imposible, la derivada f' debe anularse en algún otro punto $d \in [a, b]$, $d \neq c$.

☐ Verdadero ☐ Falso

7. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable, con $f(-2) > 0$, $f(1) < 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Entonces:

1. Existen al menos dos ceros de f'.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. Existen al menos tres ceros de f'.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. Existen al menos tres ceros de f.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = +\infty$.

☐ Verdadero ☐ Falso

8. Sea $f : (a,b) \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable, con $f'(x)$ acotada en (a,b). Entonces:

1. f es continua.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. f es uniformemente continua.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. f' es continua.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. f es dos veces derivable.

☐ Verdadero ☐ Falso

9. Sea $f : (-\delta, \delta) \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^\infty$ tal que $f^{(n)}(0) = 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Entonces:

1. No puede existir tal función.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. Como consecuencia del teorema de Taylor, la función f es idénticamente nula.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. Como consecuencia del teorema de Taylor, la función f es idénticamente nula en un cierto entorno $(-\varepsilon, \varepsilon)$, para algún $0 < \varepsilon < \delta$.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. $f(x) = o(x^n)$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

☐ Verdadero ☐ Falso

10. El polinomio de Taylor de grado 4 para $\cos x$ en $x_0 = 0$ es $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}$. Se tiene que:

1. No existe ninguna fórmula para el resto $\cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right)$.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. $\cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right) = -\frac{\operatorname{sen}(\theta x)}{5!} x^5$ para un adecuado $0 < \theta < 1$.

☐ Verdadero ☐ Falso

3. $\cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right) = -\frac{\cos(\beta x)}{6!} x^6$ par un adecuado $0 < \beta < 1$.

☐ Verdadero ☐ Falso

4. $\cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right) = o(x^5)$.

☐ Verdadero ☐ Falso

Final del Test Puntos: Correctas