

# UNIDAD 1

## MODELOS DE VARIABLES ALEATORIAS: PROBABILIDADES Y CUANTILES, REPRESENTACIÓN GRÁFICA Y TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

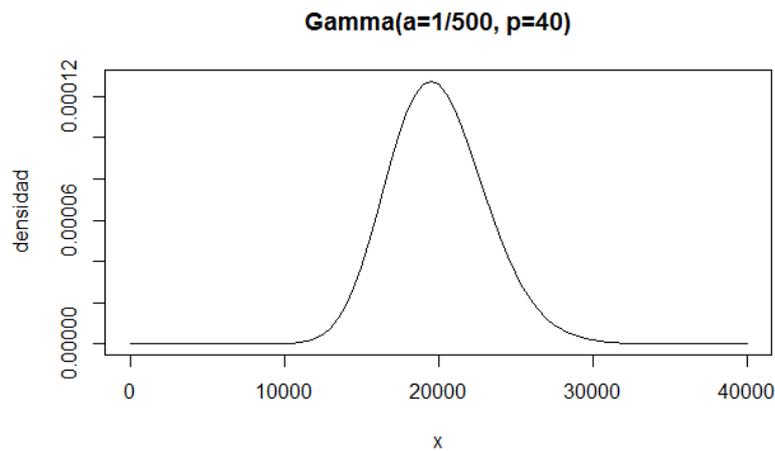
### EJERCICIOS

1. Un examen tipo test consta de 30 cuestiones. Cada cuestión tiene 4 respuestas posibles de las cuales sólo una es correcta. Se supone que una persona responde al azar. Entonces:
  - a) Calcule la probabilidad de que conteste correctamente 10 cuestiones.
  - b) Halle la probabilidad de que responda bien como máximo 10 cuestiones.
  - c) Determine la probabilidad de que apruebe si se aprueba cuando se contestan al menos 18 preguntas bien.
2. El número de reclamaciones realizadas en una hora en un centro comercial sigue una distribución de Poisson de media 5.
  - a) Calcule la probabilidad de que en una hora se realicen 3 reclamaciones.
  - b) Halle la probabilidad de que en una hora se realicen más de dos reclamaciones.
  - c) Determine la probabilidad de que, en una jornada laboral de 8 horas, se realicen al menos 30 reclamaciones.
3. La longitud de los tornillos fabricados por una máquina sigue una distribución normal de media 20mm y desviación típica igual a 1mm.
  - a) Calcule la probabilidad de que un tornillo determinado mida menos de 21mm.
  - b) Halle la probabilidad de que un tornillo mida entre 19 y 21mm.
  - c) Si se seleccionan el 80% de los tornillos más largos, determine la longitud mínima de un tornillo para que sea seleccionado.
  - d) Determine la probabilidad de que la suma de las longitudes de tres tornillos escogidos al azar sea superior a 63mm.
  - e) Determine la probabilidad de que la longitud media de 100 tornillos elegidos al azar sea inferior a 19,8mm.

4. Se sabe que la alarma de un reloj está puesta entre las ocho y las nueve de la mañana.
- ¿Cuál es la probabilidad de que suene antes de las ocho y media?
  - Si un día suena antes de las ocho y media, determine la probabilidad de que haya sonado después de las ocho y cuarto.
5. El tiempo de vida útil de un componente eléctrico sigue una distribución exponencial de media 500 horas. En un aparato hay 40 componentes de este tipo dispuestos ordenadamente, de modo que solo funciona uno cada vez y, cuando falla, empieza a funcionar el siguiente.
- ¿Cuál es la probabilidad de que uno cualquiera de los componentes eléctricos dure menos de 500 horas?
  - Determine la distribución del tiempo de vida del aparato que contiene en su interior esos 40 componentes. Representéla gráficamente.
  - Calcule la probabilidad exacta y la aproximada (mediante el teorema central del límite) de que el tiempo de vida del aparato esté comprendido entre 15 000 y 30 000 horas.
6. Una lata de refresco tiene un contenido medio de 350ml con una desviación típica de 25 ml. Si una caja de refrescos está formada por 80 latas, calcule la probabilidad que una caja contenga menos de 28,5 litros de refresco.
7. Calcule la siguientes probabilidades:
- $P(\chi_{15}^2 \leq 8.6)$
  - $P(t_{22} > 1.2)$
  - $P(F_{5,7} < 7.56)$
8. Obtenga el valor de los siguientes cuantiles:
- Percentil 90 de la distribución  $t_{16}$
  - Valor  $c$  tal que  $P(\chi_9^2 > c) = 0.05$
  - Tercer cuartil de la distribución  $F$  con 5 y 7 grados de libertad.

## SOLUCIONES

1. a) 0.09086524      b) 0.8942719      c) 5.008335e-05
2. a) 0.1403739      b) 0.875348      c) 0.9567713
3. a) 0.8413447      b) 0.6826895      c) 19.15838      d) 0.04163226      e) 0.02275013
4. a) 0.5      b) 0.5
5. a) 0.6321206  
b) Gamma(1/500, 40)



- c) 0.9511988 y 0.9422941, respectivamente
6. 0.9873263
7. a) 0.1025131      b) 0.1214514      c) 0.9903612
8. a) 1.336757      b) 16.91898      c) 1.711057