Olimpíada de Física de la Región de Murcia 2012

1ª PARTE (tiempo: 1 ½ horas)

1. Entrenamiento ciclista

Un ciclista se propuso subir desde el Santuario de la Fuensanta hasta la Cresta del Gallo y regresar por el mismo camino, con una velocidad media de 20 km/h en el recorrido completo. Durante el ascenso comprobó que no estaba en tan buena forma física como él pensaba y sólo pudo subir a un promedio de 10 km/h. En la cima se dijo: «*Bueno, no pasa nada, como he subido a 10 km/h, si bajo a 30 km/h es obvio que obtendré la velocidad media final de 20 km/h*». Sin embargo, al regresar a la Fuensanta vio que el velocímetro de su bicicleta no marcaba el valor promedio que él esperaba.

Contesta a estas preguntas:

a) ¿Cuál fue la velocidad media real que obtuvo el ciclista en el recorrido completo?

b) ¿A qué velocidad debería haber bajado para que la velocidad media final sí hubiese sido de 20 km/h como pretendía?

2. Calentándonos para el Guggenheim

Si resultas entre los ganadores de esta Olimpiada tendrás la oportunidad de ir a la fase nacional de Bilbao y ver el Museo Guggenheim. Es un edificio muy curioso, revestido por planchas de Titanio según lo diseñó su creador Frank Gehry, que se inspiró en las plumas y escamas de animales.

En un día soleado tanto el recubrimiento del Guggenheim como el agua de la ría de Bilbao, a su lado, se calientan debido a la radiación solar. Supongamos que dos masas iguales de agua y de titanio han absorbido una cantidad idéntica de calor. Si la masa de agua se ha calentado 1 ºC, determina cuántos grados se habrá calentado el titanio. (Despreciamos la interacción con el entorno).

Datos: calor específico del titanio = 0.52 J/kg·K; calor específico del agua = 4.18 J/kg·K

3. El corcho del pescador

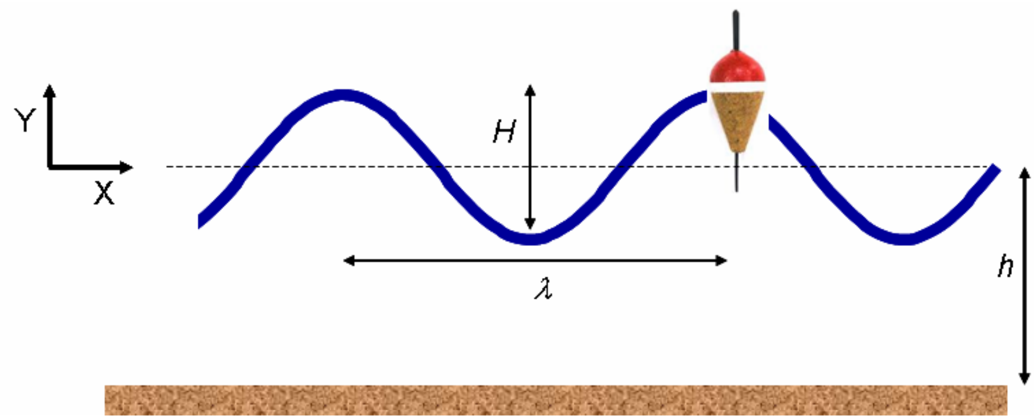
El corcho de un pescador oscila verticalmente sobre la superficie del agua en una zona de poca profundidad. Suponemos que el movimiento ondulatorio de las olas puede describirse mediante la expresión: $y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$. Se llama *altura* de una ola, *H*, a la diferencia de altura entre una cresta y un valle. Por otro lado, se sabe que en aguas poco profundas la velocidad de propagación de las olas es $v = \sqrt{gh}$, donde *h* es la profundidad de agua.

Si la profundidad del agua es 2 m, la altura de las olas 30 cm y la longitud de onda 10 m, obtén el valor de las siguientes magnitudes:

a) El período de oscilación del corcho.

b) La velocidad máxima a la que oscila el corcho sobre el eje Y.

(* En realidad, el corcho describe un movimiento circular de vaivén que despreciamos aquí.)



4. Un montón de arena

Se denomina *coeficiente de rozamiento interno* de un material granuloso (como arena, gravilla, etc.), al coeficiente de rozamiento entre los granos que lo componen.

Si se vierte arena sobre el suelo, el montón resultante adquiere una forma cónica una vez alcanzado el equilibrio. Obtén la relación matemática entre el coeficiente de rozamiento μ y el ángulo interno α que forma la generatriz del cono con el suelo. (Ver figura).

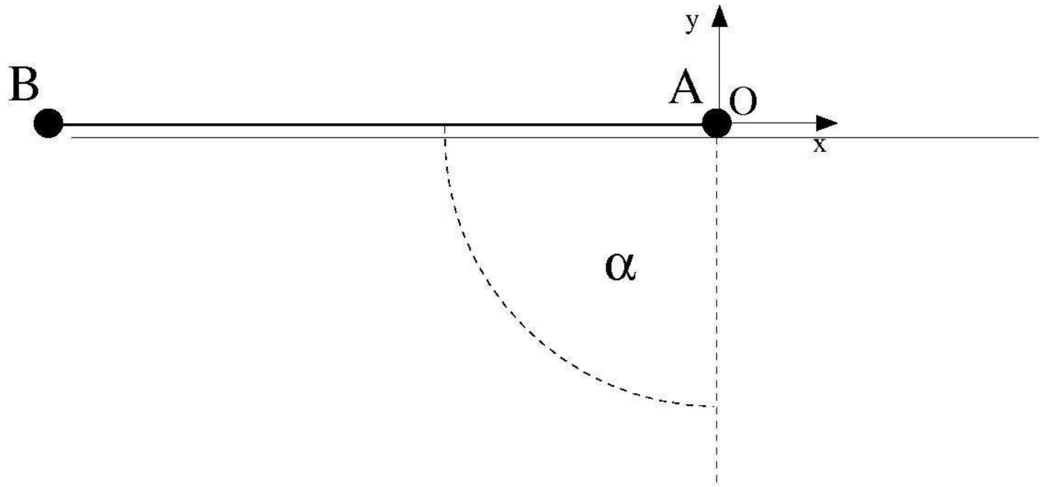
5. Péndulo deslizante

Dos masas puntuales iguales, A y B, están unidas mediante un hilo inextensible de longitud *L* y masa despreciable. La masa A está apoyada sobre una guía horizontal y puede deslizar sin rozamiento sobre ella, mientras que la B tiene un movimiento pendular respecto de A. En el instante inicial se abandona el sistema en la posición que muestra la figura, correspondiente a $\alpha = \pi / 2$, donde α es el ángulo que forma con la vertical la recta que une A y B. Se pide (justificando las respuestas):

a) Representar sobre el dibujo la posición de las dos masas y la posición del centro de masas en el instante en que $\alpha = 0$.

b) Dar, en función de *L*, las coordenadas del centro de masas en el instante en que $\alpha = 0$.

* Utiliza un sistema de referencia fijo respecto a la guía cuyo origen, O, está en la posición de la masa A en el instante inicial.



6. Ahorrando en cobre

Según especificaciones la potencia eléctrica máxima en corriente continua que puede disipar un conductor de cobre es de 5 W. Si la intensidad de corriente que tiene que circular por dicho conductor es de 10 A, la longitud del cable 30 m, no queremos que se supere la potencia máxima de las especificaciones, y además queremos gastar la mínima cantidad de dinero: ¿cuál de los cables debemos seleccionar del catálogo del fabricante abajo indicado?

Lista de precios de los cables de cobre

Cable	Sección (mm^2)	Precio (€/m)
Tipo 1	6	5
Tipo 2	13	10
Tipo 3	25	25
Tipo 4	50	50

Dato: Resistividad del cobre $1.72 \cdot 10^{-8}\ \Omega$ m

7. Tren y fem

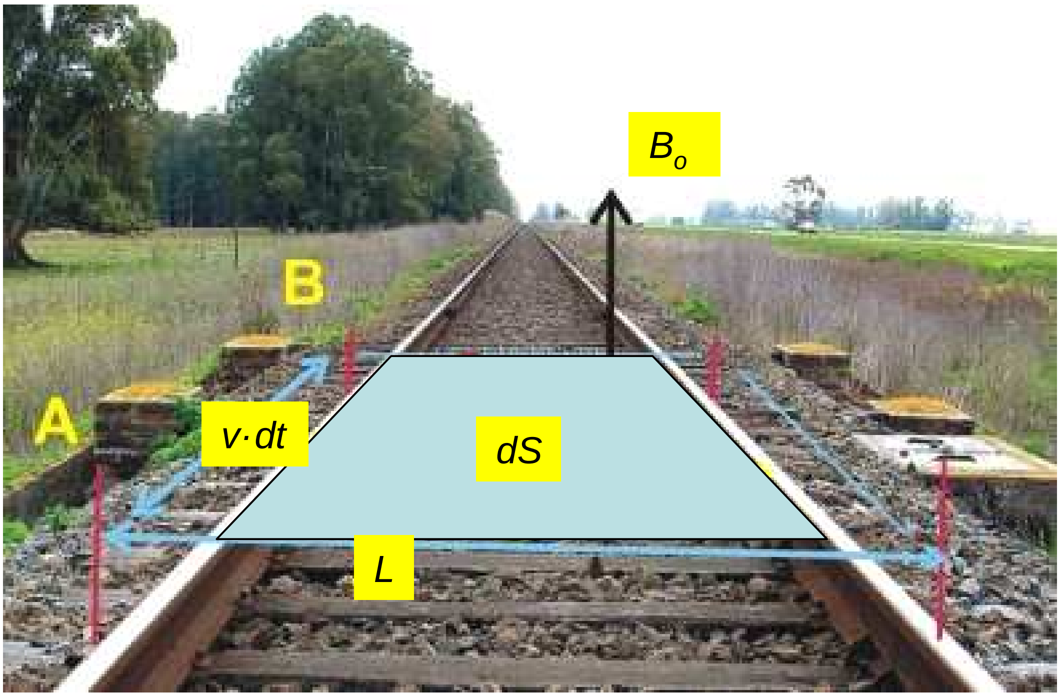
Un tren circula por una vía cuyo ancho es L, a una velocidad uniforme v. Conforme el tren avanza, establece una conexión eléctrica entre los rieles a la vez que corta las líneas del campo magnético terrestre cuya componente vertical es B_o, lo que produce una variación del flujo magnético sobre el circuito formado por las vías.

a) Determina la expresión de la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida, en función de L, B_o y v.

b) Calcula el valor de la f.e.m. en el caso de un AVE que circula a 300 km/h por una vía de 1435 mm de ancho. Dato: $B_o = 44\ \mu T$.

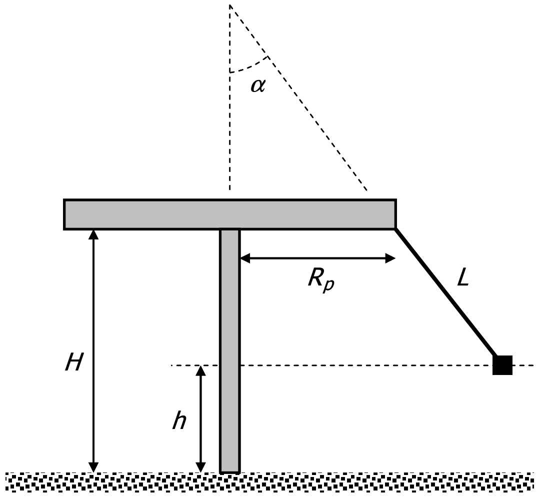
c) Para otro tren que circula a 200 km/h por una vía idéntica sabemos que la f.e.m. vale $3.5\cdot10^{-3}$ V. Este voltaje se aprovecha, mientras el tren circula a dicha velocidad constante, para cargar una batería de 2 A·h a través de un circuito de 0.01 Ω de resistencia. ¿Cuántos kilómetros tiene que recorrer el tren para la carga completa de la batería?

d) Razona si el tren del apartado b) debe recorrer más kilómetros, menos, o los mismos que el tren del apartado c), para cargar la misma batería.



8. Sillas voladoras

En el parque de atracciones Terra Mítica hay una atracción llamada *Los Ícaros*, o *sillas voladoras* (ver figura) que vamos a modelizar de la siguiente forma: supondremos que consiste en una plataforma circular de radio R_p = 5 m, elevada 7 m respecto al suelo, paralela siempre al suelo (en la realidad se inclina un poco, pero no consideraremos este efecto), que gira con velocidad angular ω constante respecto a su eje, y de cuyo perímetro pende de una cadena de longitud L = 5 m una silla con una persona. Llamemos α al ángulo que forma la cadena con la vertical y M a la masa total de la silla más la persona.



a) Obtén la tensión a la que está sometida la cadena y la fuerza centrípeta que actúa sobre el conjunto silla-pasajero, en función de M, g y α .

b) Demuestra que el ángulo α se relaciona con la velocidad angular mediante la expresión:

$$\omega^2 = \frac{g \tan\alpha}{R_p + L\,sen\alpha} \qquad \text{Ecuación [1]}$$

c) Utiliza los datos numéricos del enunciado y calcula ω para los valores de $\alpha = k \cdot \pi/16$ radianes, con k entero de 0 a 7. Utilizando los ocho puntos calculados, realiza una representación gráfica de α (en grados y en el eje Y) en función de ω (en el eje X).

d) Razona cuál es el máximo valor que puede alcanzar α y cuánto debería valer la velocidad angular en ese caso.

e) Un acompañante que espera fuera de la atracción observa que $\alpha = 45º$ y cronometra que el viaje dura 3 minutos. Determina el período de rotación de la plataforma. Calcula cuántas vueltas da cada silla durante el viaje y la distancia que recorre. (Despreciar el tiempo empleado en el proceso de arranque y frenado.)

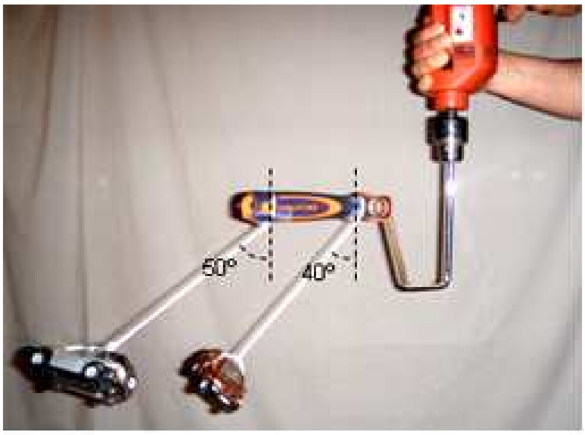
f) En las condiciones del apartado anterior y a la vista de la gráfica, razona qué diferencia aproximada habría en el ángulo de elevación de la silla si el operario de la atracción cometiera un error de 0.1 rad/s en la velocidad de giro.

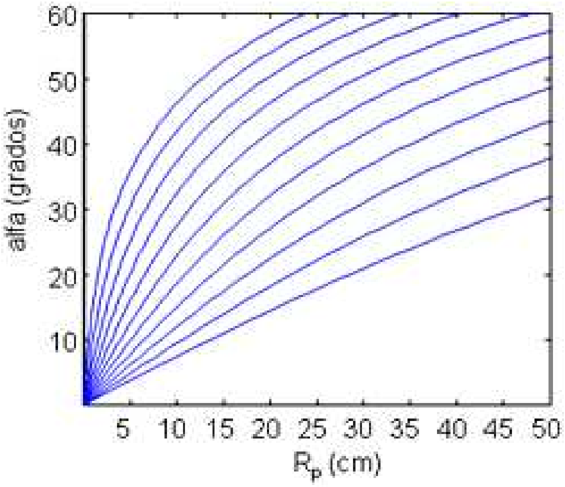
g) La cadena puede soportar sin romperse una tensión correspondiente al peso de una masa M_{max} cuando la atracción está en reposo. Obtén el ángulo máximo, α_{max} , al que puede elevarse una silla y su pasajero (exprésalo en función de M_{max} y M , siendo M la masa de la silla más la persona).

h) El diseño de una determinada cadena tolera una masa M_{max} = 1000 kg. Se sube a la atracción una persona obesa de masa tal que M = 195 kg. ¿Cuál es la máxima velocidad angular a la que podría girar la plataforma sin que se rompiera la cadena?

i) Supongamos que una avería en el motor provoca que se alcance la velocidad angular crítica del apartado anterior, y en consecuencia la cadena se rompe. Calcula el módulo de la velocidad y el ángulo respecto a la horizontal con que impacta en el suelo la silla voladora con la persona.

j) Hemos recreado la atracción utilizando un taladro eléctrico que hace girar un brazo del que cuelgan "cochecitos voladores" atados a distintas distancias desde el eje de giro, en particular: R_p = 15 y 25 cm (ver fotografía). Si a partir de la Ecuación [1] representamos el ángulo de inclinación que se alcanza en función de R_p, obtenemos la gráfica de la figura, donde las curvas mostradas corresponden a frecuencias de giro desde 0.5 a 1 vueltas/s (en incrementos de 0.05 vueltas/s). Identifica cuál de las curvas corresponde a la situación de la fotografía en nuestra recreación, e indica a cuántas vueltas por segundo giraba el taladro.





9. Veleros espaciales

Un método propuesto para viajar por el cosmos a distancias interestelares consiste en utilizar las llamadas ***velas solares***. (De hecho, ya se han lanzado varios prototipos). La idea consiste en aprovechar la energía luminosa del Sol para impulsar una gran vela desplegada en el espacio. El fundamento físico es el siguiente: la luz está compuesta por partículas llamadas fotones que transportan energía E y momento lineal p. La relación entre la energía y el momento de cada fotón es $p = E / c$, siendo c la velocidad de la luz. Cuando los fotones impactan contra la vela le comunican momento lineal y la impulsan.

Supongamos que se sitúa una nave en órbita alrededor del Sol, a una distancia R igual a la que hay de la Tierra al Sol. La nave consiste en una vela solar plana, de masa m y área A, que está siempre orientada perpendicularmente a los rayos solares. A partir de este instante inicial, la nave-vela comenzará a alejarse del Sol.

a) Si la nave tiene una masa de 100 kg, calcula su energía total en el instante inicial (cuando está orbitando alrededor del Sol a una distancia R). Dato: Radio aproximado de la órbita terrestre: R = 150 millones de km.

b) Demuestra que la potencia que recibe la vela cuando está a una distancia r del Sol es: $P_{vela} = \frac{A}{4\pi r^2} P_S$

c) Utilizando que $F = \Delta p / \Delta t$, demuestra que la fuerza que actúa sobre la vela es $F = P_{vela} / c$ si la vela está pintada de color negro perfecto (absorbe todos los fotones que le llegan), y que $F = 2 P_{vela} / c$ en caso de que la superficie de la vela sea un espejo perfecto (refleja los fotones en lugar de absorberlos).

d) Queremos que la nave escape del sistema solar tarde o temprano. Demuestra que la máxima masa por unidad de área que puede tener la vela, en el caso de la vela-espejo, para poder escapar viene dada por: $\frac{m}{A} = \frac{1}{\pi c} \frac{P_S}{G M_S}$, donde M_S es la masa del Sol y G la constante de gravitación universal.

(Ayuda: Ten en cuenta que sobre la nave actúa la fuerza gravitatoria del Sol más la fuerza ejercida por la luz. Calcula el trabajo realizado por la resultante de estas dos fuerzas entre R e infinito y compáralo con el incremento de energía necesario para el escape. Desprecia la interacción gravitatoria de todos los planetas, incluida la Tierra.)

Primera vela solar real lanzada al espacio con éxito en 2010. (Proyecto IKAROS, Agencia japonesa del espacio JAXA). Mide 20 m de diagonal.