Olimpiada de Física de la Región de Murcia 2016

1ª PARTE (tiempo: 1 ½ horas)

1. Cosas... de ondas

a) El dial de un receptor de radio aparece graduado en una doble escala, una de ellas en kilohertzios y la otra en metros. En la posición [864 kHz / 347 m] se capta una emisora. Calcula con estos datos la velocidad de la luz en el aire.

b) Un foco puntual de 10 W de potencia emite ondas sonoras que se propagan uniformemente en todas las direcciones. Calcula la intensidad del sonido y el correspondiente nivel de intensidad sonora a una distancia de 10 m del foco. (Dato: I_0 = 10^{-12} W/m^2)

c) Calcula a qué velocidad ha de volar un murciélago hacia su presa para que el efecto Doppler haga que la frecuencia que envía a 60 kHz la reciba a 61.8 kHz. (Velocidad del sonido = 340 m/s).

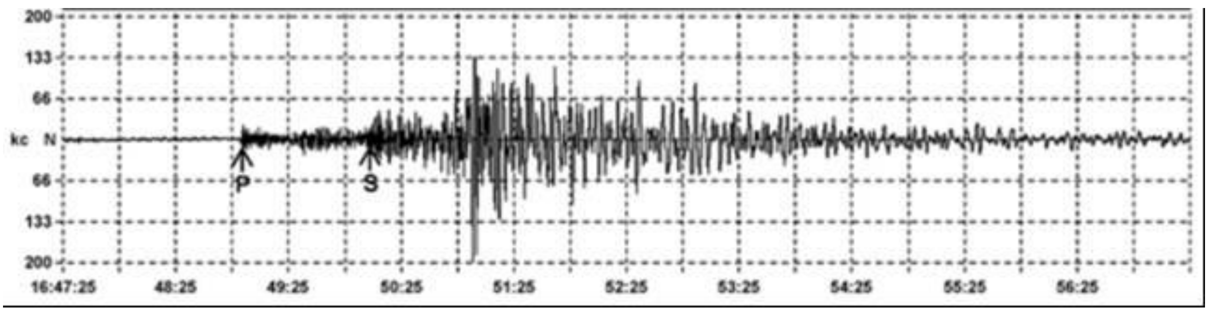
d) Sea un muelle con cierta constante elástica. Razona cuándo oscilará más rápido, al colgarle una masa de 100 g o una masa de 300 g.

2. El terremoto de Lorca

En un terremoto se producen fundamentalmente dos tipos de ondas sísmicas: transversales (ondas S) y longitudinales (ondas P). Para la mayor parte de terrenos se cumple aproximadamente que $v_p / v_s = \sqrt{3}$, donde v_p y v_s son las velocidades de propagación de las ondas P y S, respectivamente. Sabiendo que en un sismógrafo se detectó la llegada de las ondas P y S con una diferencia de tiempo Δt :

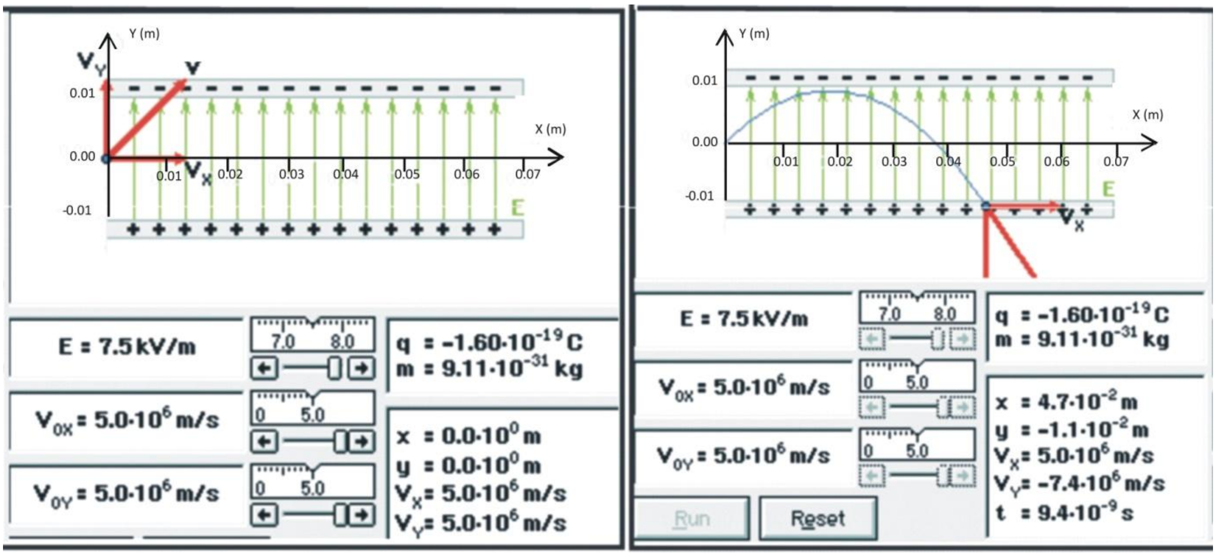
a) Obtén la distancia, *d*, del sismógrafo al epicentro del terremoto en función de Δt y v_p.

b) Sabiendo que la velocidad típica de las ondas P es 6 km/s. Determina la distancia *d* a partir del sismograma de la figura, correspondiente al terremoto de Lorca de 2011. (El eje de abscisas representa la hora en minutos:segundos).



3. Simulación por ordenador

En la figura se muestran los resultados de un software que simula el movimiento de un electrón en una región donde existe un campo eléctrico uniforme. Tenemos que testear este software y valorar si es fiable o no, comprobando que todos los valores numéricos y la gráfica son correctos para el movimiento del electrón. Utiliza los datos necesarios y disponibles en la figura y realiza los cálculos oportunos, y responde si el software es fiable o no razonadamente sobre los cálculos realizados.



4. Intercambio de calor

En un recipiente cerrado y adiabático (no intercambia calor con el exterior), se introducen 500 ml de agua caliente a 80º C y 700 g de agua fría a 290 K. Como consecuencia, el recipiente absorbe un calor Q = 100 J.

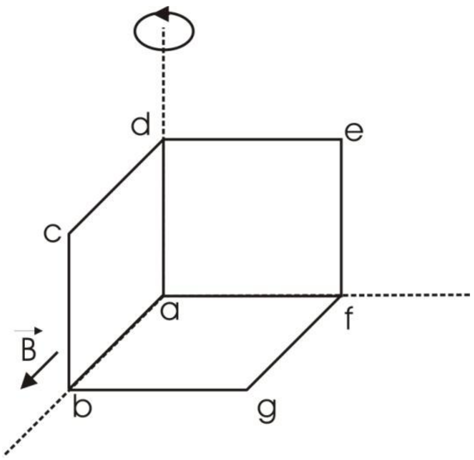
a) Determina la temperatura de equilibrio del sistema.

b) Si las paredes del recipiente son de aluminio, razona cómo será su calor específico en comparación con el del agua (considerado constante).

Dato: calor específico del agua = 1 cal/g K (1 cal = 4,187 J)

5. Inducción

Un circuito esté dispuesto como se indica en la figura, a lo largo de las aristas de tres caras de un cubo de lado A. Existe un campo magnético B constante, que es inicialmente paralelo al plano [abcd] y perpendicular al plano [afed]. Pero el circuito gira alrededor de la arista [ad] con una velocidad angular ω .



a) Obtén el flujo magnético total a través del circuito mientras rota, en función de A, B y del seno y el coseno de ωt . Ayuda: considera el flujo ($\Phi = BS\cos\alpha$) a través de los tres planos.

b) ¿Por qué no hay flujo magnético en la cara [abgf]?

c) Obtén la fuerza electromotriz inducida en el circuito en función de A, B, ω y del seno y el coseno de ωt .

2ª PARTE (tiempo: 2 horas)

6. Ascensor espacial

Existen desde hace tiempo propuestas para construir un "ascensor espacial". Su funcionamiento está basado en lo siguiente:

1. El ascensor consta de un cable muy largo, tenso y totalmente extendido perpendicularmente a la superficie de la Tierra desde un punto situado en el ecuador hasta un punto situado a una distancia R_H del centro de la Tierra (ver figura).

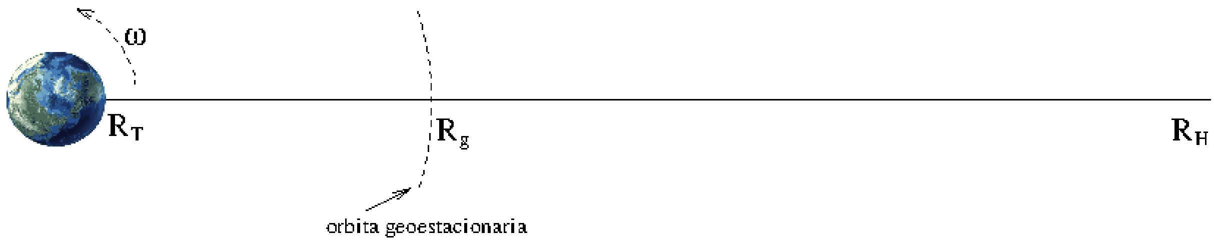
2. Cada porción del cable debe rotar con la misma velocidad angular (ω) que la Tierra, de tal forma que el cable está siempre vertical sobre el mismo punto del ecuador.

3. El cable se autosustenta; es decir, no está anclado al suelo ni se sujeta desde arriba con cohetes ni nada parecido (es un cable que levita). Ello es posible gracias al equilibrio entre el peso total del cable y la fuerza centrífuga total que actúa sobre él. (De todas formas, el cable se fijaría a una plataforma flotante anclada en el océano para evitar perturbaciones y hacer correcciones de órbita.)

4. Cada porción del cable está sometida al equilibrio entre el peso, la fuerza centrífuga y la fuerza de tensión.

5. El cable tiene una tensión variable a lo largo de su longitud, siendo nula la tensión en los dos extremos.

La idea es utilizar el cable como sustento para un montacargas acoplado a él y poder elevar cargas o lanzar naves espaciales al espacio. Hoy día, esta posibilidad es más viable gracias al descubrimiento de nuevos materiales ligeros y que pueden aguantar altas tensiones.



Datos y símbolos:

ω , velocidad angular de rotación de la Tierra sobre su eje

M_T , masa de la Tierra = 5.97·10^{24} kg

R_T , radio de la Tierra = 6378 km

R_g , radio de la órbita geoestacionaria

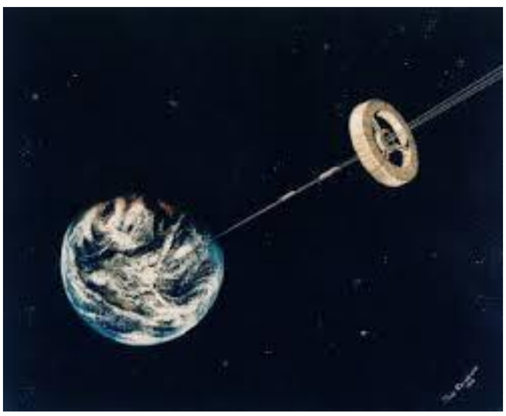
R_H , distancia hasta donde se extiende el cable (medida desde el centro de la Tierra). La longitud del cable es $R_H - R_T$

G : constante de gravitación universal = 6.67·10^{-11} [S.I.]

P , peso (fuerza gravitatoria)

$F_c = m\omega^2 r$, fuerza ficticia centrífuga de una masa m en rotación

T , tensión mecánica (fuerza por unidad de área) del cable



a1) Obtén el radio R_g (distancia al centro de la Tierra) de la órbita geoestacionaria, en función de G , M_T y ω . Calcula su valor numérico en km.

a2) Calcula el valor de la gravedad en la órbita geoestacionaria.

El cable es cilíndrico de sección uniforme *A* y densidad constante ρ . Consideremos una porción de cable de longitud infinitesimal *dr* situada a una distancia *r* del centro de la Tierra.

b1) Obtén una expresión (en función de *G*, M_T , ω , ρ , *A*, *r* y *dr*) para el peso (*dP*) y para la fuerza centrífuga (dF_c) que experimenta dicha porción infinitesimal de cable.

b2) Integrando las expresiones anteriores respecto a *r*, calcula el peso total del cable (*P*) y la fuerza centrífuga total (F_c) (en función de *G*, M_T , ω , ρ , *A*, R_T y R_H).

b3) Demuestra que el peso total del cable (*P*) respecto al peso que tendría si toda su masa estuviera en la superficie terrestre (P_o), es

$$P / P_o = \frac{R_T}{R_H}$$

b4) Aproxima las dos expresiones de b2) para P y F_c , considerando $R_H >> R_T$, de forma que $1/R_H \approx 0$ frente a $1/R_T$, y $R_T^2 \approx 0$ frente a R_H^2 .

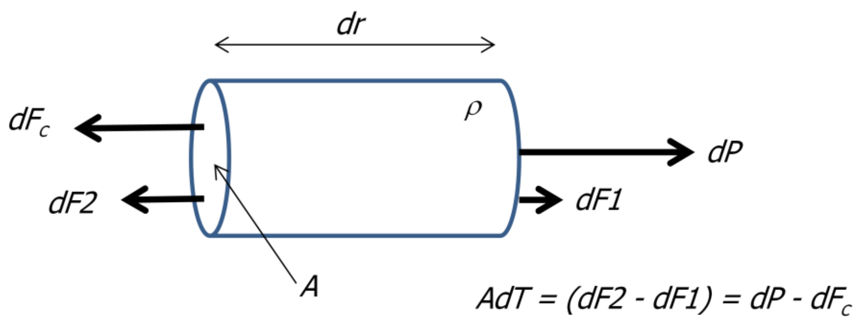
b5) Partiendo de las expresiones aproximadas de b4), demuestra que la distancia R_H para que el cable esté en equilibrio (según se plantea en el punto 3 de la descripción del ascensor espacial) es

$$R_H = \sqrt{\frac{2R_g^3}{R_T}}$$

Calcula el valor numérico de R_H en km.

b6) Si el cable no tiene la longitud adecuada no estará en equilibrio. En la figura se ilustran dos casos, A y B, del movimiento del cable respecto a la posición vertical de partida. Indica razonadamente cuál correspondería a un cable demasiado corto y cuál a un cable demasiado largo.

Considera el equilibrio de cada porción infinitesimal de cable, teniendo en cuenta que la fuerza neta debida a la tensión (*AdT*) sobre dicha porción es igual a su peso menos la fuerza centrífuga que experimenta (dP - dF_c).



c1) Obtén una expresión para dT/dr (utiliza los resultados de b1), demuestra que la tensión máxima del cable ocurre en $r = R_g$.

c2) Integra dT/dr y obtén la tensión $T(r)$ en cualquier punto de la cuerda (en función de ω , ρ , R_T y R_g). Impón como condición de contorno en la integral que $T = 0$ en la superficie terrestre.

c3) Demuestra que la tensión máxima (en $r = R_g$) es

$$T_{\max} \approx \frac{GM_T}{R_T}\rho \qquad \text{(Ten en cuenta que } R_g >> R_T \text{)}$$

En la tabla se muestran los valores de la tensión máxima soportable y la densidad de varios materiales.

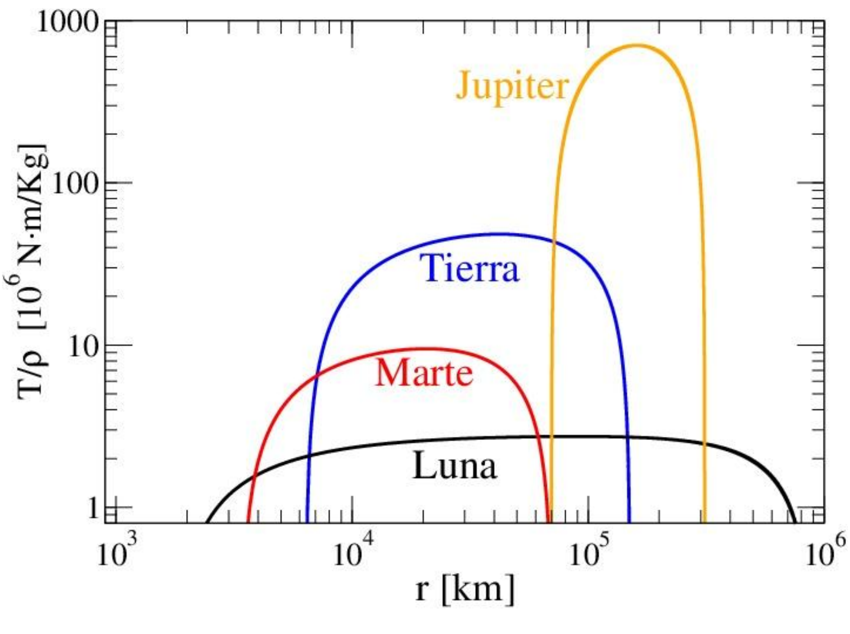
	Acero	Cobre	Kevlar	Nanotubos de de carbono
$T_{ruptura}$ (MPa)	5000	220	3600	130000
ρ (g/cm^3)	7.9	8.9	1.4	1.3

c4) Teniendo en cuenta los datos de la tabla y el apartado c3), razona qué material podría utilizarse para construir el cable.

c5) Calcula la masa del cable con el material escogido en el apartado anterior, para un cable de sección de 1 cm de radio.

c6) Parte del cable en su extremo más alejado (desde $R_C > R_g$ a R_H) se puede sustituir por una masa a modo de contrapeso, colocado a la distancia R_C , que compense el efecto de dicha porción de cable. Obtén la expresión de la masa de dicho contrapeso en función de A, ω , R_g y R_C .

En la figura se muestra la curva $T(r)/\rho$ para cables sobre la Tierra, la Luna, Marte y Júpiter.



d1) Completa una de las filas de la siguiente tabla (escoge el astro que prefieras) utilizando datos de la figura y haciendo cálculos con las ecuaciones del problema que consideres oportunas.

	R (km)	R_g (km)	R_H (km)	L (km)	$T_{\max}/\rho$ [S.I.]	M (kg)	Período (días)
Luna							
Marte							
Júpiter							

R y M son el radio y la masa del astro. L es la longitud del cable del ascensor. El período se refiere al período de rotación del astro sobre sí mismo.

d2) ¿En qué astro sería más largo el cable? ¿En qué astro el cable tendría que ser más resistente?

Utilizamos el ascensor para elevar un satélite y ponerlo en órbita geoestacionaria. El ahorro energético al utilizar el ascensor está en la parte de la energía cinética, puesto que el cable va arrastrando orbitalmente al satélite según asciende por él.

e1) Obtén la expresión de la energía necesaria para poner un satélite, de masa m, en órbita geoestacionaria (energía mecánica en la órbita menos energía potencial en la Tierra). Y obtén la expresión para la energía necesaria utilizando el elevador (energía potencial en la órbita menos energía potencial en la Tierra).

e2) Demuestra que la fracción de energía ahorrada si se utiliza el ascensor respecto a la energía necesaria sin el ascensor es

$$\frac{1}{2R_g / R_T - 1}$$

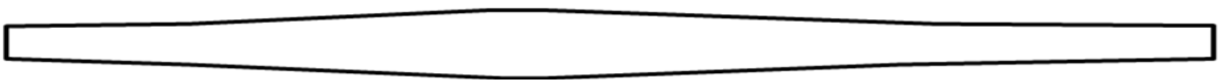
Calcula su valor numérico en %.

e3) ¿Cuánta energía por kilogramo se requiere para elevar con el ascensor una carga a una órbita geoestacionaria?

e4) Si la carga pesa 1000 kg y hacemos el viaje de ascenso en 1 semana, calcula la potencia media necesaria para subir la carga a la órbita geoestacionaria.

e5) Utilizamos un láser de electrones libres para proporcionar la energía. El elevador lleva unos paneles fotovoltaicos que transforman la luz láser en electricidad. La luz láser se envía hacia arriba, paralelamente al cable, con un espejo parabólico de forma que el haz se mantiene con un tamaño aproximadamente constante sobre los paneles (según va ascendiendo el elevador). Si el rendimiento de los paneles es del 20%, ¿qué potencia debe tener el láser para subir la carga de e4).

Si en lugar de un cable cilíndrico se fabrica un cable con un perfil (de sección variable) similar al mostrado en la figura, se puede conseguir una tensión uniforme a lo largo del cable.



f1) ¿Por qué crees que este cable sería más adecuado desde el punto de vista del material?

f2) Sitúa en la figura las posiciones de la superficie terrestre, la órbita geoestacionaria y el extremo más alejado del cable.

Uno de los problemas con los cables es la vibración que puede ocurrir debido a golpes.

Supongamos que un satélite o un objeto de basura espacial colisiona con el cable y excita en él el modo fundamental de vibración de una onda estacionaria. Consideramos que los extremos del cable no vibran (fijos), y que la tensión es uniforme.

g1) Calcula el periodo (en días) de la oscilación producida si la tensión del cable tuviera el valor máximo dado en c3). (Utiliza que la velocidad de propagación de una onda en una cuerda viene dada por $v = \sqrt{T / \rho}$).

g2) Demuestra que: $Periodo_{vibración} \approx \frac{\sqrt{2}}{\pi} Periodo_{rotaciónTierra}$

g3) La fuerza gravitatoria de la Luna induce mareas (oscilaciones pleamar-bajamar) con una determinada periodicidad (razona cuál es ese período aproximado). Según el valor obtenido en g1), ¿podría producir la Luna oscilaciones forzadas en el cable que pudieran romperlo? ¿Por qué?