

**Medida del espectro de la rugosidad y de la dimensión fractal a escalas nano y micrométricas mediante técnicas AFM (Microscopio de fuerzas atómicas)**

Tesis de Master dirigida por:  
Jaime Virgilio Colchero Paetz

Inés Nieto Carvajal  
Universidad de Murcia

Junio 2008

## **Presentación**

*La presente tesis de master se ha realizado dentro del programa interuniversitario de postgrado con mención de calidad 'Postgrado en Materia Condensada y Nanotecnología'. En él participan la Universidad Autónoma de Madrid, la Universidad de Oviedo y la Universidad de Murcia. Dicha tesis es presentada por Inés Nieto Carvajal y dirigida por el doctor D. Jaime Colchero, profesor de la Universidad de Murcia en el Área de Materia Condensada, a fin de servir de evaluación final para el Master integrado en dicho postgrado.*

# Índice

<b>1. Motivación</b>	<b>1</b>
<b>2. Revisión de las teorías previas sobre rugosidad</b>	<b>1</b>
2.1. Teoría de Hertz . . . . .	1
2.2. Teoría de Greenwood y Williamson . . . . .	2
2.3. Teoría de Persson . . . . .	3
<b>3. Toma de imágenes y preparación de muestras</b>	<b>8</b>
<b>4. Densidad espectral de rugosidad</b>	<b>8</b>
<b>5. Análisis del problema</b>	<b>9</b>
5.1. Cuestiones sobre toma de imágenes y efecto de ruido . . . . .	9
5.2. Explicación esquemática . . . . .	10
5.3. Distancia frente a tiempo . . . . .	11
<b>6. Datos experimentales</b>	<b>11</b>
6.1. Procesado de las imágenes . . . . .	11
6.2. Dirección de barrido . . . . .	13
6.3. Topografía . . . . .	14
6.4. Calibración del microscopio . . . . .	15
6.5. Reproducibilidad . . . . .	16
6.5.1. Dimensión fractal de nuestra superficie . . . . .	18

# Introducción y Teoría

## 1. Motivación

Hasta hace poco la rugosidad de una superficie no era un tema de estudio por separado sino que se englobaba en el estudio de las mecánicas de contacto, como podemos ver en las teorías más antiguas como la de Hertz. Pero el estudio de la rugosidad de una superficie entraña gran importancia ya que, en muchos casos, el comportamiento nano y microscópico determina el macroscópico. La rugosidad es de gran importancia en multitud de procesos macroscópicos como son la fricción, en especial empezó la investigación de estos temas debido a fricción entre neumáticos de caucho y la superficie del asfalto. También juega un papel importante en adhesión, adsorción en superficies, procesos electroquímicos de superficie y otros muchos procesos como la reflexión en dispersión de partículas...etc. La rugosidad de una superficie no es algo simple sino que es un suceso a escala nano que debe ser analizado profundamente. En cierto sentido el problema es similar al que encontramos en la termodinámica. Tenemos un comportamiento rugoso de una superficie que debe ser descrito de una forma exhaustiva pero sin tener que conocer todos y cada uno de los parámetros nanométricos de la superficie. Para ello ya tenemos la imagen en sí. Al igual que en el sistema termodinámico tenemos del orden de  $10^{23}$  partículas y queremos describir el sistemas con unos parámetros más adecuados como la presión y la temperatura. El caso de la rugosidad es complejo. Hasta ahora lo que se venía haciendo era cuantificar la rugosidad de una superficie con su valor rms de rugosidad definido como el promedio rms del perfil de alturas  $z = h(x, y)$ . El problema radica en que estamos condensando la información de toda una imagen (digamos 1000 por 1000 puntos) en un sólo parámetro. Ésto conlleva una reducción de información inmensa, así por ejemplo tenemos muchas superficies con diferentes perfiles que pueden tener la misma rugosidad rms. Por ello las teorías recientes sobre rugosidad utilizan una herramientas más potente y descriptiva para el estudio de la rugosidad, la Densidad Espectral de Rugosidad, "Power Spectral Density". Esta herramienta, que deriva de la transformada de Fourier, como veremos más adelante, reduce la información de toda una imagen a una curva log-log. El quid de la cuestión está en que si las superficies cumplen la característica de autoafinidad, que posteriormente desarrollaremos, esa curva tiene una zona lineal que puede ser descrita mediante su pendiente y sus puntos inicial y final. Así reducimos toda la información de cierto tipo de superficies a unos pocos parámetros. Pero también en caso de que las superficies sean de otro modo, dicha curva nos proporciona abundante información sobre la rugosidad de la superficie a distintas escalas.

## 2. Revisión de las teorías previas sobre rugosidad

Las primeras teorías, como hemos dicho, no trataban de describir la rugosidad en sí misma, sino que trataban de explicar con un modelo microscópico, los resultados obtenidos macroscópicamente para la mecánica de contacto. En la figura izquierda de 1 exponemos las hipótesis de las siguientes teorías de modo esquemático. En el gráfico derecho de 1 podemos ver cómo el AFM es una de las mejores herramientas para medir rugosidad debido a su amplio rango de utilización, mayor que el de ningún otro instrumento.

### 2.1. Teoría de Hertz

La teoría de Hertz se basa en que la rugosidad de una superficie sólo existe a una escala espacial. Describe la superficie como una sucesión homogénea de bolas de igual radio, todas colocadas con

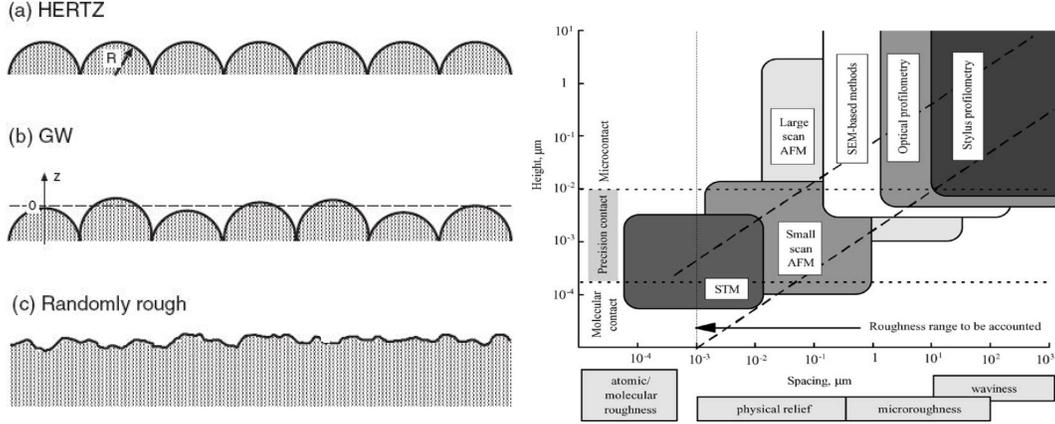


Figura 1: Resumen de las diferentes teorías de rugosidad y los paratos para medirlas

su centro a la misma altura (Ver figura 1). Dicho modelo empieza analizando el contacto simple existente entre dos bolas elásticas homogéneas de radios  $R_1$  y  $R_2$ , apretadas una contra otra con una fuerza  $F$ . Determina el campo de deformación minimizando la energía de deformación elástica. El modelo de Hertz tiene varias inexactitudes, como la hipótesis de partida de que la rugosidad existe solamente a una escala, el hecho de que sólo es válida para contacto elástico (pudiendo ser generalizada a contacto adhesivo, resultando la teoría de *Johnson-Kendall-Roberts, JKR*), y el hecho de que supone que no existe interacción entre los campos de deformación creados por las distintas esferas al contactar la superficie. Aún así es un referente histórico que no puede faltar en cualquier estudio de la rugosidad.

## 2.2. Teoría de Greenwood y Williamson

La teoría de Greenwood y Williamson (*GW*) es hija de la teoría de Hertz y trata de suplir en cierta medida las carencias de la anterior, pero hereda de ella graves deficiencias. En la teoría de *GW* se asume también que la rugosidad se dá solamente en una escala de longitud. Se postula que la superficie está formada por una distribución homogénea de asperezas que aproxima por esferas de igual radio, como la de Hertz. La única diferencia es que *GW* entienden que las superficies no son perfectas y posicionan sus bolas con una distribución Gaussiana de alturas

$$P_h = \frac{e^{-\frac{h^2}{2h^{*2}}}}{\sqrt{2\pi}h^*}$$

con  $h^*$  la amplitud rms de las fluctuaciones en altura de las cimas de las bolas. Asumen también que pueden rechazar la interacción elástica entre las regiones de contacto de las asperezas, como su predecesor. El resultado es que el PSD tiene la forma de una delta alrededor de  $q_m$  correspondiente a la longitud de onda única  $\lambda_m = \frac{2\pi}{q_m}$  a la que se dá la rugosidad:  $C(q) = C_0\delta(q - q_m)$ .

Las teorías anteriores han resultado ser incorrectas debido a que no reproducen los resultados que se dan en la naturaleza. Estas teorías, al asumir rugosidad en una sola escala, predicen que el area real de contacto no es lineal con respecto a la fuerza aplicada (para fuerza de presión pequeña). Para obtener dicho resultado parece que es necesario asumir rugosidad a múltiples escalas, y ahí es donde nos centraremos.

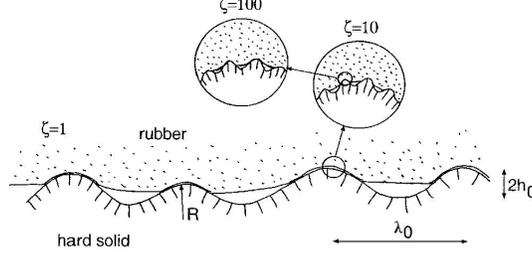


Figura 2: Rugosidad fractal

### 2.3. Teoría de Persson

La teoría de Persson se basa en que la rugosidad existe a varias escalas. Cuando miramos un sólido, percibimos en él una rugosidad que podemos resolver con la vista, pero si miramos con una lupa veremos que aquellas zonas que nos parecían planas a primera vista, están llenas también de rugosidades. La teoría de Persson se basa en que este proceso se repite conforme vamos magnificando la superficie hasta el límite físico que sería una distancia atómica. Vamos a formalizar esta idea un poco.

Supongamos que tenemos una superficie descrita por el perfil de alturas  $z = h(\vec{x})$  con  $\vec{x} = (x, y)$  vector bidimensional del plano  $z = 0$  tal que  $\langle h \rangle = 0$  y  $\langle (h - \langle h \rangle)^2 \rangle$  es mínimo. Entonces procedemos a describir la superficie mediante las funciones de correlación. La propiedad de las funciones de correlación es que si involucran términos impares de  $h$  se hacen cero, mientras que si involucran términos pares, entonces pueden descomponerse en suma de productos de términos que involucran sólo dos  $h$ .

$$\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle = \langle h_1 h_2 \rangle \langle h_3 h_4 \rangle + \langle h_1 h_3 \rangle \langle h_2 h_4 \rangle + \langle h_1 h_4 \rangle \langle h_2 h_3 \rangle$$

En ese caso podemos describir la superficie con  $C(\vec{q}) = FT(\langle (h(\vec{x})h(0)) \rangle)$ . Vamos a demostrar que se sigue inmediatamente el resultado de que la distribución de alturas es entonces Gaussiana:

**Hipótesis:** Las superficies cuyos promedios con número impar se desvanecen y cuyos promedios con número par pueden descomponerse en suma de productos de pares tiene una distribución de probabilidad de alturas  $P_h$  Gaussiana.

Por definición de distribución de probabilidad de alturas

$$P_h = \langle \delta[h - h(\vec{x})] \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha \langle e^{i\alpha[h - h(\vec{x})]} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha e^{i\alpha h} \langle e^{-i\alpha h(\vec{x})} \rangle$$

Usamos  $\langle e^{-i\alpha h(\vec{x})} \rangle = \sum_n \frac{(-i\alpha)^n}{n!} \langle [h(\vec{x})]^n \rangle$  que se hace cero para  $n$  impares, resulta:

$$= \sum_m \frac{(-i\alpha)^{2m}}{(2m)!} \langle [h(\vec{x})]^{2m} \rangle$$

Ahora usamos la siguiente descomposición del promedio:

$$\langle [h(\vec{x})]^{2m} \rangle = \frac{(2m)!}{m! 2^m} \langle h^2 \rangle^m$$

La justificación de dicha descomposición la haremos término a término. El término  $(2m)!$  viene de las maneras posibles de ordenar los  $h_1 \dots h_{2m}$  términos. El factor  $2^m$  viene de la permutación de índices, ya que  $\langle h_i h_j \rangle = \langle h_j h_i \rangle$ . Por último el factor  $\frac{1}{m!}$  resulta de las permutaciones de los distintos  $m$  pares que acaban siendo  $m!$  términos iguales que debemos eliminar.

Por tanto, finalmente tenemos:

$$\langle e^{-i\alpha h(\vec{x})} \rangle = \sum_m \frac{(-i\alpha)^{2m}}{2^m m!} \langle h^2 \rangle^m = e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 \langle h^2 \rangle}$$

Entonces la distribución de probabilidad de alturas es:

$$P_h = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 \langle h^2 \rangle} e^{i\alpha h} = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 \sigma^2 + i\alpha h}$$

Utilizando las tablas de integrales hallamos la siguiente fórmula:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} e^{-2bx} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{a}}$$

Identificamos  $a = \frac{1}{2}\sigma^2$  y  $b = \frac{-ih}{2}$  y el resultado es una distribución de probabilidad de alturas Gaussiana:

$$P_h = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}}$$

tal y como queríamos demostrar. ■

Podemos ahora expresar la altura superficial en función de su serie de Fourier

$$h(\vec{x}) = \sum_q B(\vec{q}) e^{i[\vec{q} \cdot \vec{x} + \phi(\vec{q})]}$$

donde  $\vec{q}$  alberga los vectores cuyas componentes son múltiplos enteros de  $\frac{2\pi}{L}$ . Para dicho cálculo tenemos ciertas ventajas. Ya que  $h$  es real podemos aplicar las siguientes simetrías:  $B(\vec{q}) = B(-\vec{q})$  y  $\phi(-\vec{q}) = -\phi(\vec{q})$ . Además, si  $\phi(\vec{q})$  son variables aleatorias independientes tenemos que los promedios dependen sólo de la diferencia entre vectores de este modo:  $\langle h(\vec{x}_1) h(\vec{x}_2) \rangle = C(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ . Suponiendo ésto podemos escribir el espectro de potencias de la rugosidad de la superficie como sigue:

$$\begin{aligned} C(\vec{q}) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x C(\vec{x}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(\vec{x}) h(0) \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle \sum_{q'} B(\vec{q}') e^{i[\vec{q}' \cdot \vec{x} + \phi(\vec{q}')] } \sum_{q''} B(\vec{q}'') e^{i[\vec{q}'' \cdot \vec{0} + \phi(\vec{q}'')] } \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle \sum_{q'} B(\vec{q}') e^{i\vec{q}' \cdot \vec{x}} e^{i\phi(\vec{q}')} \sum_{q''} B(\vec{q}'') e^{i\phi(\vec{q}'')} \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \sum_{q'} B(\vec{q}') e^{i\vec{q}' \cdot \vec{x}} \sum_{q''} B(\vec{q}'') \langle e^{i\phi(\vec{q}')} e^{i\phi(\vec{q}'')} \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \end{aligned}$$

Haciendo uso de que  $\langle e^{i\phi(\vec{q}')} e^{i\phi(\vec{q}'')} \rangle = \delta_{\vec{q}', -\vec{q}''}$  la ecuación queda:

$$\frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \sum_{q'} B(\vec{q}') e^{i\vec{q}' \cdot \vec{x}} \sum_{q''} B(\vec{q}'') \delta_{\vec{q}', -\vec{q}''} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \sum_{q'} |B(\vec{q}')|^2 e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{x}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \sum_{q'} |B(\vec{q}')|^2 e^{i(\vec{q}-\vec{q}') \cdot \vec{x}} \\
&= \sum_{q'} |B(\vec{q}')|^2 \left[ \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x e^{i(\vec{q}-\vec{q}') \cdot \vec{x}} \right] = \sum_{\vec{q}'} |B(\vec{q}')|^2 \delta(\vec{q}-\vec{q}')
\end{aligned}$$

Donde se ha usado  $\frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x e^{i(\vec{q}-\vec{q}') \cdot \vec{x}} = \delta(\vec{q}-\vec{q}')$ . En el límite continuo  $\sum_{\vec{q}'} \rightarrow \frac{A}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{q}$ , por tanto tenemos:

$$C(\vec{q}) = \frac{A}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{q}' |B(\vec{q}')|^2 \delta(\vec{q}-\vec{q}') = \frac{A}{(2\pi)^2} |B(\vec{q})|^2$$

Despejando tenemos relacionada la serie de Fourier con la densidad espectral de potencia. En concreto, la función de autocorrelación es la transformada de Fourier de la densidad espectral:

$$B(\vec{q}) = \frac{2\pi}{L} \sqrt{C(\vec{q})}$$

donde  $L = \sqrt{A}$ . Si suponemos superficies isótropas se cumpliran las siguietnes condiciones:

$$\begin{cases} B(\vec{q}) = B(q) \\ C(\vec{q}) = C(q) \end{cases}$$

Dentro de ésta teoría tienen gran importancia un tipo especial de superficies, las superficies autosimilares, y las autoafines. Éstas superficies son fractales, tienen rugosidad en múltiples escalas.

**Superficie autosimilar:** Aquella superficie que tiene las mismas propiedades estadísticas a cualquier escala de magnificación, esto es, aquella en la que el perfil de alturas  $z = h(x, y)$  es una función homogénea de grado uno:

$$\frac{1}{\lambda} h(x, y) = h\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}\right)$$

**Superficies autoafín:** Aquella superficie en la que su perfil de alturas es una función homogénea de grado  $H$ ,

$$\frac{1}{\lambda^H} h(x, y) = h\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}\right)$$

siendo  $H$  el exponente de Hurst,  $H \in [0, 1]$  y se relaciona con la dimensión fractal de la superficie como veremos más adelante.

Siempre hemos creído que la dimensión era algo fijo, una característica propia del objeto con el que tratábamos, y por supuesto un entero. Si nos hablaban de algo que tenía dimensión 2 pensábamos siempre en una superficie. Pero con la introducción de la geometría fractal ocurren cosas curiosas. Por ejemplo, un polímero, visto como una molécula es tubular, luego tiene dimensión euclídea 1. Si lo contemplamos como una amalgama, se demuestra que el polímero se ordena de tal manera que tiene dimensión fractal 2 pues trata de llenar todo el volumen con la forma de ordenarse. A la hora de tratar con dimensiones fractales debemos deshacernos de las ideas preconcebidas de la geometría anterior ya que pueden llevarnos a prejuzgar inadecuadamente. Vamos a ver ahora qué forma tiene el espectro de potencias de una superficie fractal autoafín. De forma general hemos visto:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(\vec{x})h(0) \rangle e^{-i\vec{q} \cdot \vec{x}}$$

Vamos a ver qué ocurre a diferente magnificación, para ello definimos  $\vec{x} = \frac{\vec{x}'}{\lambda}$  y sustituimos:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \lambda^{-2} \langle h(\frac{\vec{x}'}{\lambda}) h(0) \rangle e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}'}$$

Elegimos  $\lambda = q$  y definimos  $\hat{q} = \frac{\vec{q}}{q}$  para tener:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \lambda^{-2-2H} \langle h(\vec{x}') h(0) \rangle e^{-i\hat{q}\cdot\vec{x}'}$$

ya que  $\langle (\lambda^H h(\frac{\vec{x}'}{\lambda})) (\lambda^H h(\frac{\vec{x}}{\lambda})) \rangle = \langle h(\vec{x}') h(\vec{x}) \rangle$ . Finalmente tenemos:

$$C(q) = q^{-2(1+H)} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \langle h(\vec{x}') h(0) \rangle e^{-i\hat{q}\cdot\vec{x}'}$$

Por tanto podemos decir que  $C$  crece como  $q^{-2(1+H)}$ .

Si queremos analizar el caso unidimensional basta con fijarnos en el diferencial, que es el que nos da la dimensionalidad dentro de la integral. Tendremos entonces

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)} \int dx \langle h(\vec{x}) h(0) \rangle e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}} = \frac{1}{(2\pi)} \int dx' \lambda^{-1} \langle h(\frac{\vec{x}'}{\lambda}) h(0) \rangle e^{-\frac{i\vec{q}\cdot\vec{x}'}{\lambda}}$$

y, con las manipulaciones anteriores, tenemos finalmente

$$C(q) = q^{-2(\frac{1}{2}+H)} \frac{1}{(2\pi)} \int dx' \langle h(\vec{x}') h(0) \rangle e^{-i\hat{q}\cdot\vec{x}'}$$

Ahora vamos a ver cómo se relaciona el exponente de Hurst con la dimensión fractal con el siguiente argumento:

Supongamos un volumen de dimensión euclídea  $n$ , tal que  $V = L^n$  ( $n = 2$  sería una superficie). La dimensión fractal está relacionada con el número de cubos de tamaño  $\Delta$  requeridos para cubrir dicho volumen completamente cuando el tamaño  $\Delta$  tiende a cero. El número de cubos pequeños depende de la dimensión fractal de esta manera:  $N(\Delta)_{\Delta \rightarrow 0} \propto \Delta^{-D_f}$ . Para cubrir el volumen  $L^n$  necesitamos un número de cubos igual a  $(\frac{L}{\Delta})^n$ , esto es, para un espacio de dimensión  $n$ , la dimensión fractal será mayor o igual que  $n$ . Para cualquier subdominio  $\Delta^n$  tendremos una coordenada  $z$  que será la altura y nos dará valores  $\Delta z \propto \Delta^H$  por autoafinidad. Más concretamente:  $z(x_1, \dots, x_n)$  tal que  $\Delta z = z(x_1 \frac{\Delta}{L}, \dots, x_n \frac{\Delta}{L}) = (\frac{\Delta}{L})^H z(x_1, \dots, x_n) = K (\frac{\Delta}{L})^H$  donde  $K$  son los valores de las alturas  $z$  restringidos al cubo  $\Delta^n$ .

Todavía nos queda por cubrir una dimensión, la de alturas  $z$ , y para ello necesitamos un número de cubos igual a  $(\frac{\Delta z}{\Delta}) \propto \Delta^{H-1}$ . Por tanto el número total de cubos que necesitamos para cubrir el volumen  $n$ -dimensional completo es proporcional a  $\Delta^{H-1-n}$ . Todo ello resulta en  $D_f = n + 1 - H = 3 - H$  para el caso de una superficie  $n = 2$ , y  $D_f = n + 1 - H = 2 - H$  para el caso unidimensional. La teoría queda resumida en la siguiente tabla:

Caso	Exponente de $C(q)$	Dimensión fractal
1D	$-2(H + \frac{1}{2})$	$D_f = 2 - H$
2D	$-2(H + 1)$	$D_f = 3 - H$

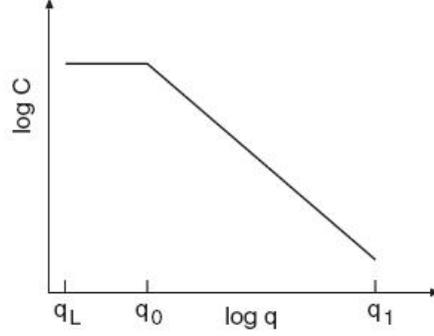


Figura 3: PSD para una superficie autoafín

La forma que adopta la densidad espectral de rugosidad (PSD en sus siglas para la versión inglesa) para las superficies isotrópicas autoafines es la del gráfico 3. en representación bilogarítmica. En éste gráfico bilogarítmico, el exponente de  $C(q)$  corresponde a la pendiente  $a$  de la recta  $\log(C(q)) = a \log(q) + \log(q_0)$  frente a  $\log(q)$ .

Es interesante conocer cómo aumenta el área de la superficie con su dimensión fractal. Para ello acudimos a la geometría diferencial:

De la geometría diferencial sabemos que si tenemos una distribución de alturas  $h(x, y) = z$ , el área de esa superficie viene dada por

$$A = \iint \sqrt{1 + \left(\frac{dh}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dh}{dy}\right)^2} dx dy$$

Por tanto el área variará de la siguiente forma al variar el perfil de alturas  $z$  :

$$\Delta A \simeq \int dx dy (\nabla h)^2$$

Hemos visto que para el caso de 2D, el PSD viene dado por  $C(q) \propto q^{-2(1+H)}$ , entonces el cambio de área vendrá dado, según [9], por:

$$\langle (\nabla h)^2 \rangle \sim \int_{q_0}^{q_1} dq \cdot q^{1-2H} \sim q_1^{2(1-H)}$$

si  $q_1 \gg q_0$ .

La teoría de Persson incluye por supuesto el valor de la rugosidad rms,  $h_{rms}$ , que viene determinada principalmente por las bajas frecuencias,  $q_0$ :

$$\langle h^2 \rangle \sim \int_{q_0}^{q_1} dq \cdot q^{-2H-1} \sim \begin{cases} q_0^{-2H} & 0 < H \leq 1 \\ \log q_0 & H = 0 \end{cases}$$

para  $q_1 \gg q_0$ . Ésta dependencia es igual que la obtenida para el caso unidimensional, aunque lógicamente, los cálculos intermedios difieren.

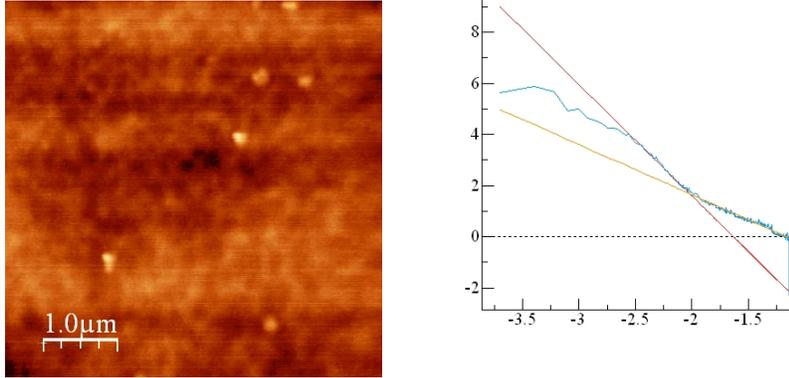


Figura 4: PSD 2D

## Desarrollo experimental

### 3. Toma de imágenes y preparación de muestras

Para la toma de imágenes se ha utilizado un microscopio AFM comercial con mejoras caseras. Nuestro objetivo es medir la dimensión fractal de una superficie autoafín. Para tal experimento elegimos una oblea de silicio, ya que es muy plano. El proceso de limpieza de la oblea de silicio consistió en someterla a varios ciclos de acetona en ultrasonidos seguida de UV y alcohol en ultrasonidos seguida también de UV. Tras varios ciclos, la muestra seguía bastante contaminada así que finalmente fue sometida a bombardeo de iones de argón en condiciones de alto vacío dentro de una campana comercial. Con ello conseguimos una muestra muy plana y con superficie estadística. Las imágenes tomadas corresponden a Si de 5 micras y a imágenes de microscopio sin barrido (0 micras). Para determinados procesados de las imágenes usaremos el programa WSxM, mientras que para otros, utilizaremos un programa en el lenguaje Mathemática, de elaboración propia.

### 4. Densidad espectral de rugosidad

Puesto que basamos nuestro desarrollo en la densidad espectral de energía (PSD), ya es hora de que pongamos una imagen. Ver figura 4.

Utilizando el programa WSxM obtenemos un PSD en 2D para una determinada imagen, las unidades son  $[nm^4]$  en las ordenadas y  $[nm^{-1}]$  en las abscisas. Como se observa, no es el PSD que podríamos esperar. Según la teoría, la pendiente se relaciona con la dimensión fractal  $D_f \in [2, 3]$  a través del exponente de Hurst  $a = -2(H + 1)$ , donde  $a$  sería la pendiente de la recta que ajusta el PSD tal que  $H \in [0, 1]$ , por tanto tendríamos que la pendiente debe ser  $a \in [-4, -2]$ . Pero, aunque en la figura 4 vemos incluso dos pendientes, ninguna de ellas entra dentro de ese rango. La recta de menor pendiente de ellas es  $a_1 \simeq -1,7$  y la segunda  $a_2 \simeq -4,5$ . Tenemos entonces que el comportamiento no es el esperado, no sólo por el hecho de que vemos dos pendientes, que incluso podría tener explicación, sino por el hecho de que siendo una superficie estadística, las pendientes de las rectas no entran dentro del rango razonable.

Bueno, probemos ahora algo aparentemente más sencillo. Tomemos PSD en 1D y analicemos los

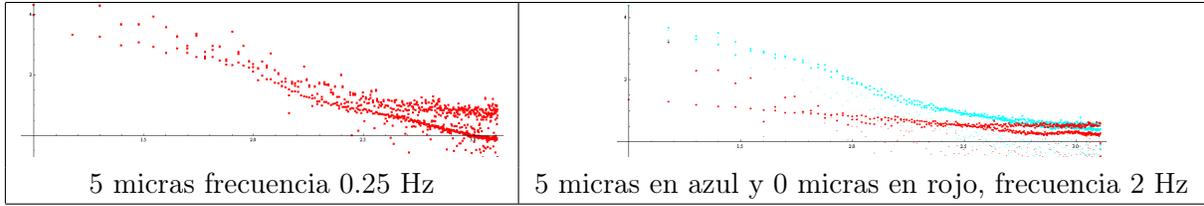


Figura 5: Ejes rápido y lento en calibración espacial

resultados.

- Si todo va bien podemos hacer el PSD en 1D para la dirección  $X$ , también llamada rápida, y luego para la dirección  $Y$ , llamada lenta, de una misma imagen. Como suponemos superficies autoafines, que por definición son isotropas, el resultado debería ser el mismo. Por tanto, ambos PSD solaparán. Observando el gráfico de la izquierda en 5 nos damos cuenta de que no es así. No sólo las pendientes no son iguales, sino que además, ni siquiera parten del mismo sitio.
- También podemos pensar en ver qué ocurre en el PDS cuando barremos con una longitud de 5 micras, y cuando no barremos, a la misma frecuencia. ¿Qué encontraremos? Teóricamente si no barremos, la imagen obtenida será plana y por tanto, como estamos midiendo en 1D, lo que se esperaría es encontrar una dimensión fractal 1, igual a la dimensión euclídea de una recta, o lo que es lo mismo, una pendiente  $a = -3$ . En la figura de la derecha de 5 vemos los PSD de ambos casos. Se puede ver claramente que la imagen de 0 micras tiene una pendiente diferente de  $-3$ , así como que solapa con su imagen correspondiente de 5 micras, tanto para la dirección lenta como para la rápida.

## 5. Análisis del problema

Está claro que algo falla en cada una de las imágenes previas. Así que hemos desarrollado un pequeño modelo que nos ayude a comprender qué está ocurriendo. La idea esencial de éste modelo es que el AFM no sólo mide la topografía de la superficie real, sino también ruido causado por diferentes efectos. Como se discute más adelante, la topografía real y el ruido tiene dimensionalidades diferentes: mientras que la superficie es una estructura bidimensional (en el sentido euclídeo), el ruido es unidimensional (en el sentido euclídeo).

### 5.1. Cuestiones sobre toma de imágenes y efecto de ruido

En nuestro modelo partimos de la base de que el AFM, en general, toma las imágenes del siguiente modo: Toma una línea en al dirección rápida y la barre, tomando los puntos que le hemos indicado, a una velocidad determinada. Tenemos, por tanto, unos puntos (información 1D) que son susceptibles de un ruido 1D. Para construir la imagen entera toma otra línea y la coloca encima de la anterior, haciendo lo mismo con un número de líneas prefijado por nosotros (igual al número de puntos en la dimensión rápida). Con ello al final se nos muestra la matriz de alturas y vemos una topografía 2D. Pero si nos paramos a analizar el ruido que se introduce en la imagen, tenemos un problema. El ruido en la dirección lenta no se introduce de manera normal, sino que dos puntos consecutivos de ese eje tienen realmente una separación temporal muy grande, por lo tanto la introducción del ruido no está relacionada. Será mucho más dispersa. Tenemos también una dificultad añadida, y es que la punta del AFM hace ida y vuelta, pero en una imagen sólo se representan los datos de ida

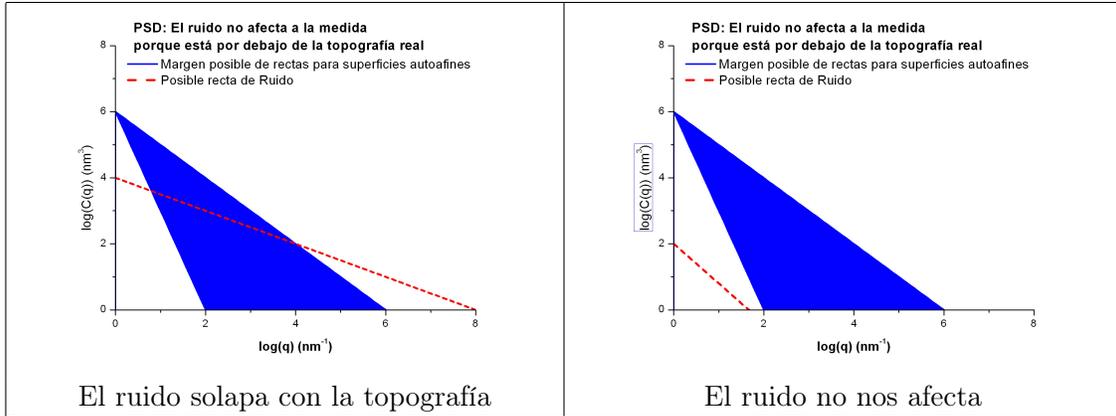


Figura 6: Esquema de las posibles configuraciones de los PSD de ruido (rojo) y topografía (azul)

o de vuelta, así que entre una línea y su línea siguiente no nos cambia sólo lo que hemos tardado en hacer la línea anterior, sino que hay que añadirle el tiempo de vuelta. Además es normal utilizar una herramienta que elimina en gran parte las no linealidades del piezo en los extremos de barrido, se trata del "round" (redondeo). Consiste en barrer una zona un porcentaje dado mayor que la que realmente se representa en pantalla y se guarda. Por ello tenemos también que las líneas rápidas son inconexas, incluso si pudiéramos juntar la ida y la vuelta.

Por tanto tenemos una imagen 2D con ruido 1D. A la vista de ello preferimos analizar los datos en 1D, tanto en la dirección rápida como en la lenta. Los resultados obtenidos para PSD en 1D son coherentes con la dimensión fractal. Con ello eliminamos el problema de la figura 4.

## 5.2. Explicación esquemática

Tal y como hemos visto en la teoría, la rugosidad total RMS está prácticamente determinada por el valor del PSD en los puntos iniciales (entendiendo por iniciales los que quedan más arriba en la gráfica, llamado  $q_0$ ). En nuestro modelo asumimos ruido fractal, de la forma  $\frac{1}{q^l}$ , con  $l$  real. Es una generalización de los tipos de ruido más conocidos, donde tomando  $l = 0$  tenemos el ruido blanco, y con  $l = 1$  tenemos el ruido rosa.

Haciendo un ejercicio esquemático para entender nuestra teoría sobre el ruido supongamos una rugosidad RMS dada. Por tanto nuestra recta de PSD estará anclada superiormente por un  $C(q_0)$ . Ahora vamos a señalar las pendientes posibles que tendría una superficie autoafín. Esto es, aquellas pendientes que correspondan a  $D_f \in [1, 2]$ , ya que estamos en 1D. La teoría nos dice que la relación es:  $a = -2(H + \frac{1}{2})$ , por tanto la pendiente deberá ser  $a \in [-3, -1]$ .

En la figura 6 vemos coloreado en azul todo el rango de pendientes que pueden tener las superficies autoafines. En rojo tenemos dibujado un posible PSD del ruido (imagen de AFM sin barrido). En la de la izquierda observamos que la recta del ruido solapa con las posibles rectas, por tanto no podremos fiarnos de la topografía medida en el rango donde el ruido solape o se quede por encima. Sólo podremos asegurar que la topografía medida es real, en aquel rango de  $q$ 's que se nos quede por encima del ruido. En oposición tenemos la figura de la izquierda donde el ruido tiene un PSD que está muy por debajo de las posibles rectas de topografía. Por tanto podremos fiarnos de que lo que hemos medido pertenece efectivamente a rugosidad real.

Queda patente entonces, que no sólo es importante la pendiente que pueda tener el ruido, sino también su ordenada en el origen. En resumidas cuentas, lo importante es comparar tu imagen con el ruido para ver en qué posición queda cada una respecto a la otra.

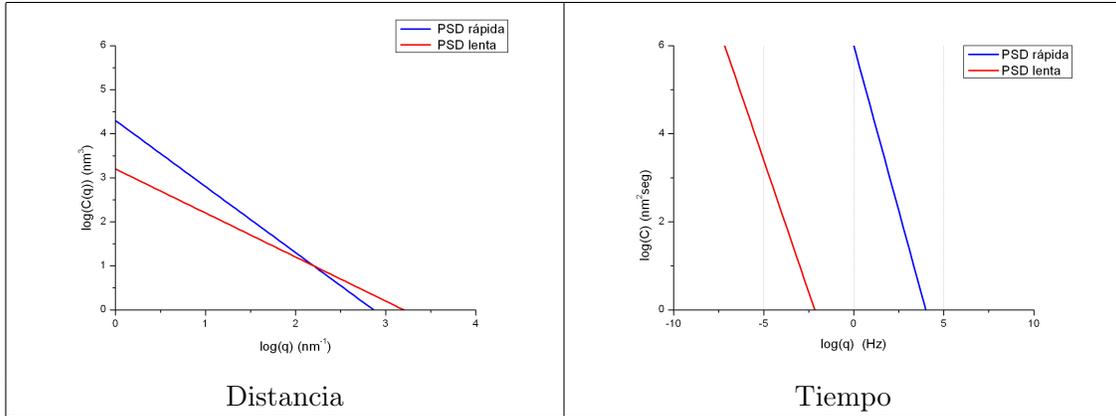


Figura 7: Dos calibraciones posibles de PSD

### 5.3. Distancia frente a tiempo

Al intentar calibrar las imágenes de no barrido, (las que llevan la información del ruido), nos encontramos con el problema de que no tiene unidades. Procedimos entonces a calibrarlas según su tiempo de barrido. En el eje rápido hemos recorrido un tiempo  $t_{rápido} = \frac{1}{f_{barrido}}$ , mientras que en el eje lento hemos recorrido una tiempo  $t_{lento} = n^{o}puntos \cdot t_{rápido}$ . Con ello obtenemos una nueva calibración de las imágenes que nos indica a qué frecuencia tiene determinada rugosidad o ruido. Pero éste procedimiento no sólo tiene sentido para las imágenes de ruido, sino para todas ellas. Las imágenes normales pasan a tener una doble lectura:

**Distancia:** el PSD de la dirección lenta y rápida tienen el mismo rango en  $q$  [ $nm^{-1}$ ], con  $C(q)$  [ $nm^3$ ]

**Tiempo:** en la dirección  $Y$  tardamos más tiempo en recorrer la misma distancia de barrido que en  $X$ . Entonces tendremos  $q$  [ $Hz$ ] y  $C(q)$  [ $nm^2 \cdot seg$ ].

Con ello obtenemos información doblemente útil ya que conocemos el comportamiento temporal y espacial de nuestra topografía. Eso nos permite además comparar topografía con ruido en esos dos rangos.

## 6. Datos experimentales

Es hora ya de pasar a ver si nuestro modelo se ajusta a la realidad. Hemos medido imágenes en AFM. Tenemos un montón de datos. Pero, como lo que tratamos de medir es la rugosidad, debemos tener cuidado. ¿Qué filtrado es lícito y cuál no? Con el filtrado tendemos a creer que eliminamos el ruido de la superficie y tratamos de dejar la imagen lo más limpia, estéticamente hablando. Pero debemos tener cuidado de no eliminar auténtica rugosidad, y de no incluir defectos que podrían darnos una falsa rugosidad. Para ello vamos a dar el siguiente paso.

### 6.1. Procesado de las imágenes

Como vamos a tratar nuestras imágenes 2D como ristas de datos de 1D en dos direcciones,  $X$  e  $Y$ , debemos procesar también en 1D. Al principio de realizar este estudio probamos a realizar

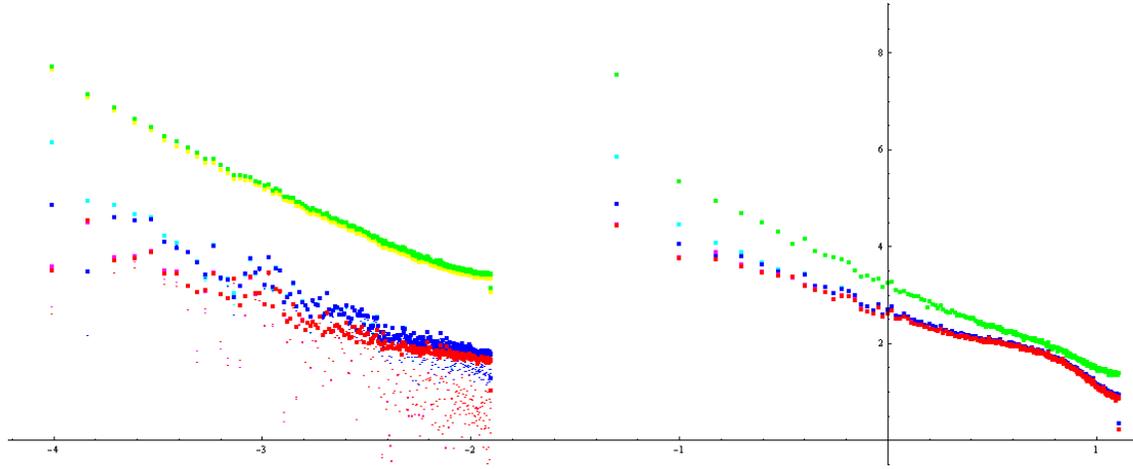


Figura 8: PSD de sucesivos filtrados de una misma imagen.

los PSD con distintos filtrados para la misma imagen. Nos dimos cuenta de que la pendiente varía mucho cuando le quitas un plano a la imagen, o lo que es lo mismo, cuando le quitas una recta a una ristra de datos en 1D.

¿Qué introduce en el PSD el hecho de tener los datos montados sobre una recta? Podemos responder a esta pregunta haciendo los cálculos para la transformada de Fourier de una recta:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int (ax + b) e^{ikx} dx \Rightarrow$$

Calculemos primero

$$\int ax e^{ikx} dx = a \left[ \frac{x e^{ikx}}{ik} - \int \frac{e^{ikx}}{ik} dx \right]$$

donde hemos integrado por partes. Calculemos ahora la que nos servirá también para  $b$ :

$$\int e^{ikx} dx = \frac{e^{ikx}}{ik}$$

entonces

$$\tilde{f}(k) = \frac{a}{2\pi} \left[ \frac{x e^{ikx}}{ik} + \frac{e^{ikx}}{k^2} \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} + \frac{b e^{ikx}}{2\pi ik} \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

Sustituimos ahora los límites y, tras varias manipulaciones, queda:

$$\tilde{f}(k) = \frac{aL}{2\pi ik} \cos\left(\frac{kL}{2}\right) + \left[ \frac{a}{2\pi ik^2} + \frac{b}{\pi k} \right] \sin\left(\frac{kL}{2}\right)$$

finalmente sustituimos el valor de  $k_m = \frac{2\pi m}{L}$  y tenemos lo siguiente:

$$\begin{cases} \sin(m\pi) = 0 & \forall m \in \mathbb{Z} \\ \cos(m\pi) = (-1)^m & \forall m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Por tanto sólo nos queda el término del coseno que va como

$$\tilde{f}(k) \sim \frac{1}{k}$$

y ésto introduce perturbaciones en el PSD como  $C(q) \simeq \frac{1}{k^2}$ , lo que da una pendiente de  $-2$  en el gráfico bilogarítmico.

Podemos ir más allá y preguntarnos qué ocurre si los datos están montados sobre una parábola (cosa que ocurre a veces en imágenes grandes por la construcción del piezo que se encarga del barrido). Veamos cómo es la transformada de Fourier de una parábola:

$$\begin{aligned}
\tilde{g}(k) &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 e^{ikx} dx = \frac{x^2 e^{ikx}}{ik} \Big|_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} - \frac{2}{ik} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x e^{ikx} dx \\
&= \frac{x^2 e^{ikx}}{ik} \Big|_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} - \frac{2}{ik} \left[ \frac{x e^{ikx}}{ik} \Big|_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} - \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{e^{ikx}}{ik} dx \right] \\
&= \left[ \frac{L^2}{4ik} - \frac{4}{k^3} \right] \sin\left(\frac{ikL}{2}\right) + \frac{2L}{k^2} \cos\left(\frac{ikL}{2}\right) \\
&= \frac{2L(-1)^m}{k^2} \Rightarrow \tilde{g}(k) \sim \frac{1}{k^2}
\end{aligned}$$

que corresponde a un PSD  $C_g(k) \sim \frac{1}{k^4}$  y a una pendiente de  $-4$  que no es compatible con el rango de pendientes en 1D. Entonces será fácilmente reconocible este efecto y se podrá eliminar con el filtrado correspondiente. El peligroso será el de la recta, pues dá un resultado coherente con la topografía, aunque completamente ficticio.

En la gráfica 8 se observa un PSD de una imagen y su variación dependiendo del filtrado. Desde arriba a abajo tenemos: Amarillo: PSD sin filtrado. Verde: PSD quitándole la media a cada línea. Azul: PSD quitándole el plano a cada línea y las siguientes son PSD quitándole polinomios de orden mayor (que, como se puede observar, ya no cambian nada). La superior es el PSD tal cual (se observa en la lenta una pendiente de  $-2$ ). El PSD cambia mucho al quitarle la media y la recta, y luego permanece estable.

En definitiva: no sólo es lícito quitarle a los datos la recta sobre la que van montados, sino que es necesario para obtener el PSD real.

En cuanto a la dirección Y, no parece lícito hacer el típico "flatten" ya que elimina parte de la topografía. La herramienta de "flatten" borra las correlaciones entre líneas dejando todo plano en el eje lento, pero ésto no nos interesa, sino que queremos quitar un plano constante, dejando como está la correlación entre líneas. Es más aconsejable hacer un procesado línea a línea de tal manera que la altura entre puntos en esa dirección permanezca constante pero que se eliminen los posibles planos que puedan tener. Ésto dejará, sin duda, un poco de ruido, pero es preferible.

## 6.2. Dirección de barrido

En esta sección vamos a tratar de explicar los resultados obtenidos cuando hacemos una imagen a  $0^\circ$  y a  $90^\circ$ . En la figura 9 vemos el PSD de dos imágenes (azul y verde), ambas de 5 micras y ambas a la misma frecuencia. Lo único que cambia es el ángulo. El PSD para ambas direcciones coincide. ¿cómo puede ser así? ¿No habíamos dicho que tenían una diferencia de  $90^\circ$ ? ¿No debería corresponder el PSD rápido de una con el lento de la otra? La respuesta es: no siempre.

Vamos a analizarlo poco a poco. Empecemos por el hecho de que coincidan los dos PSD del eje rápido. Es estupendo que coincidan porque nos está informando de dos cosas:

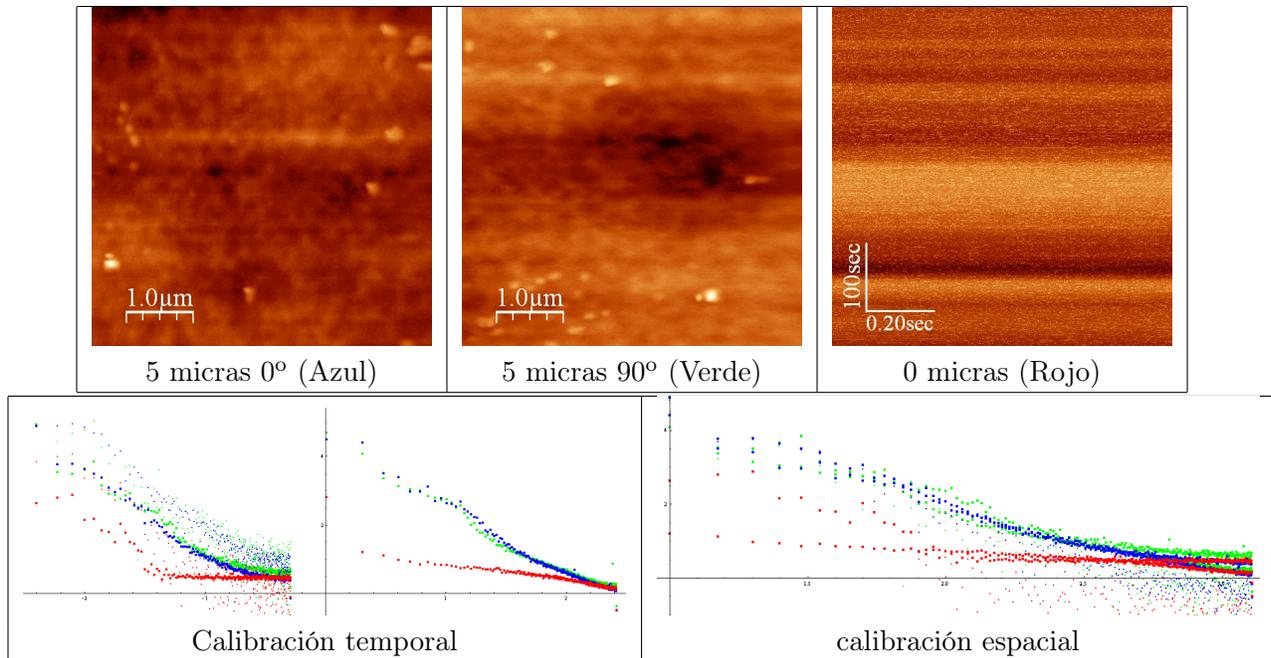


Figura 9: Comparación PSD para imágenes en la misma zona con diferente ángulo de barrido. Frecuencia de barrido 1 Hz

1. El hecho de que coincidan los dos rápidos nos lleva a la afirmación de que la superficie es realmente estadística, esto es, isótropa. Es igual medida en una dirección y en la otra. Y, por tanto, nuestro análisis de ella como superficie autoafín tiene sentido.
2. El único problema que nos queda entonces es averiguar por qué no coinciden la lenta con la rápida. Como ya hemos dicho, la dirección lenta no tiene toda la correlación deseable entre puntos. Además, tampoco podemos aplicarle un suavizado (flatten), porque correríamos el riesgo de perder verdadera topografía. De ello y de todo lo anterior se deduce que tenemos un ruido más intenso y más difícil de controlar en el eje lento, luego no podemos esperar que coincida con el rápido. Lo significativo es, una vez más, que coinciden los PSD's del lento en  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Eso nos indica que el ruido se acopla en ambas del mismo modo, y además, que contienen información real de la superficie. Sólo en aquellas medidas hechas con el microscopio suficientemente estable podremos encontrar coincidencia entre eje rápido y lento. Pero si nos fijamos en la calibración espacial veremos que coinciden los rápidos y los lentos en todo el rango excepto donde se introduce el ruido, que es de todas formas la zona en la que nos fijamos de esa medida.

### 6.3. Topografía

Vamos ahora a comparar una imagen de topografía con el ruido correspondiente a su misma frecuencia. Ésto se hace midiendo de forma consecutiva dos imágenes a una frecuencia determinada, una de ellas barriendo por ejemplo 5 micras, y la otra sin barrer distancia. Con ello obtendremos un PSD correspondiente a topografía (a al menos eso esperamos), y otro PSD correspondiente al ruido que, en esa frecuencia y en ese estado de estabilidad, tiene el microscopio.

En la figura 10 presentamos los pares de imágenes, unas con el microscopio estable y otras con el microscopio recién tocado. Los puntos lilas corresponden a topografía con el microscopio estable, y

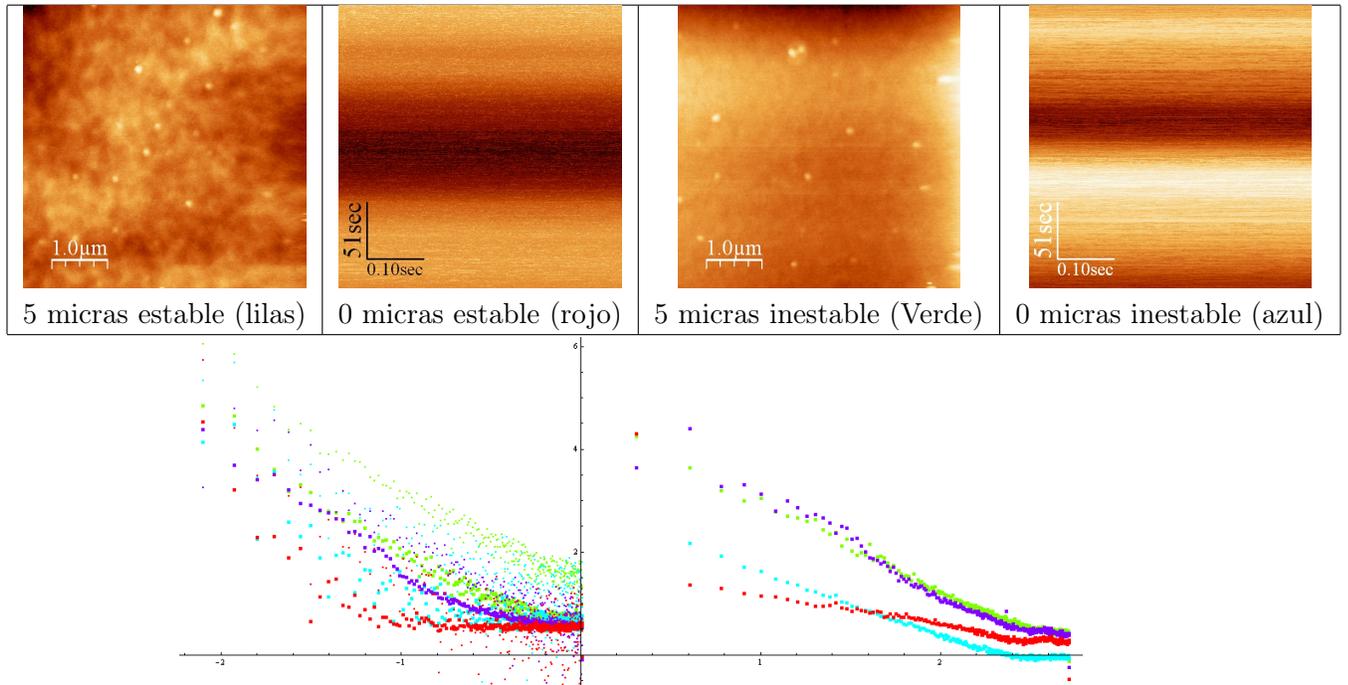


Figura 10: Frecuencia 2 Hz. PSD de topografía y ruido en dos estados del microscopio.

los puntos rojos son su ruido correspondiente (imagen sin barrer). Los puntos verdes son la topografía con el microscopio sin estabilizar (recién tocado) y los puntos azules son su ruido correspondiente (imagen sin barrer). Debajo vemos la gráfica log-log de PSD.

En el eje rápido podemos ver cómo ambas topografías coinciden: la verde y la lila. ésto es debido a que ambos ruidos (azul y rojo) están muy por debajo de la topografía, luego no afectan a la medida. Es interesante remarcar también que el ruido azul (el obtenido con el microscopio recién tocado) tiene una pendiente mayor que el rojo, aunque está más baja. Tal hecho pone de manifiesto que no es una situación mejor que la otra, sino que depende de lo que deseemos medir. Si la topografía fuera más baja, la línea roja nos impediría medir a frecuencias altas (y de hecho vemos que a altas frecuencias el rojo deforma la topografía), mientras que la alta pendiente del azul nos haría difícil medir a frecuencias del orden del Hz.

Si nos fijamos ahora en el eje lento vemos una línea lila bien definida en casi todo su rango, y que sólo solapa con su ruido (el rojo) en la cola. Será más fiable que la verde, cuya altura diferente y dispersión, está clarísimamente influida por los puntos azules que conforman su ruido, por tanto la línea verde no es verdadera topografía.

#### 6.4. Calibración del microscopio

Después de muchas medidas nos dimos cuenta de que el ruido del microscopio responde de manera diferente a cada frecuencia. E incluso es diferente si usamos la herramienta de suavizado (smooth). Entonces, tomando un rango amplio de frecuencias y midiendo, podemos hacer una gráfica de ruido frente a frecuencia.

Las imágenes de ruido están calibradas en tiempo. Dependiendo de la frecuencia de barrido abarca una serie de frecuencias en el gráfico log-log. Hemos tomado entonces varias imágenes de ruido

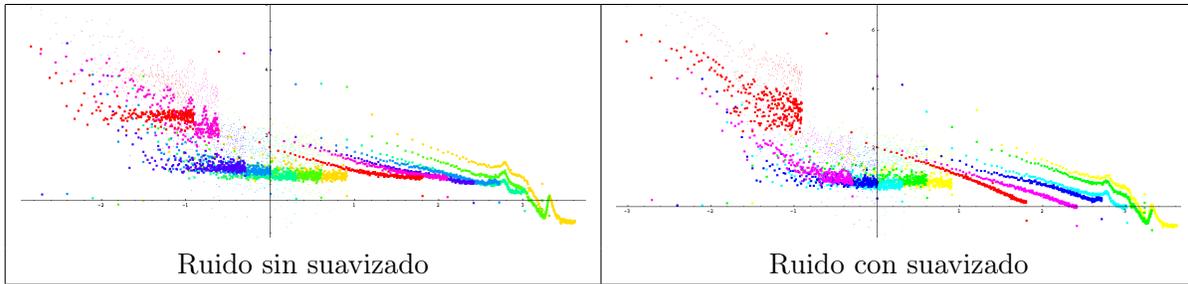


Figura 11: PSD de ruido en todo el rango de frecuencias de medida. En ámbos gráficos, las escalas horizontales y verticales son las mismas.

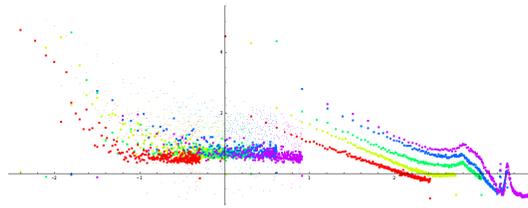


Figura 12: PSD de ruido con el microscopio inestable

a frecuencias diferentes, desde la más rápida permitida por el microscopio al número de puntos dados, hasta una frecuencia lenta razonable. Así barremos todo el espectro de frecuencias y podemos caracterizar el ruido de nuestro microscopio en todo el rango. Con ello podremos elegir mejor dónde y cómo medir.

Las gráficas que vemos en la figura 11 corresponden a PSD de imágenes de ruido, a la derecha sin suavizado y a la izquierda con él. Observamos que el promediado que introduce el suavizado elimina mucho ruido, sobre todo, haciendo descender como un todo las rectas de ruido. Aunque afecta de modo más significativo a las imágenes de los 10 Hz en adelante. Hecho este bastante favorable, ya que son las que más ruido tienen. Es lógico también el hecho de que el suavizado no puede hacer nada con las imágenes más rápidas, ya que no hay promediado posible. En la figura 11 las imágenes fueron tomadas una vez el microscopio estaba varias horas en funcionamiento de modo estable y sin interferencia humana. Pero para hacer una caracterización más completa, decidimos tocar los tornillos micrométricos del microscopio y volver a medir las imágenes de ruido, a fin de ver cuánto ruido y en qué frecuencias se introducía en el microscopio debido a la manipulación natural del uso diario. Esta vez sólo lo hemos medido con el suavizado activado, ya que es la forma en la que normalmente se mide, y por ende la de importancia.

Como se puede observar en la figura 12 el ruido aumenta de forma considerable en todo el espectro, lo que mejor se observa es que las rectas tiene una pendiente mayor que en su correspondiente imagen estabilizada. Tendremos entonces un ruido más alto que solapará antes con el PSD de topografía falseándonos las medidas.

## 6.5. Reproducibilidad

Hemos dicho anteriormente que en cada momento el microscopio puede tener un ruido, dependiendo de si acaba de ser manipulado o de que se haya dejado un tiempo suficiente (en general varias horas) para estabilizarse. Ello podría inducir a pensar que la topografía obtenida no es reproducible.

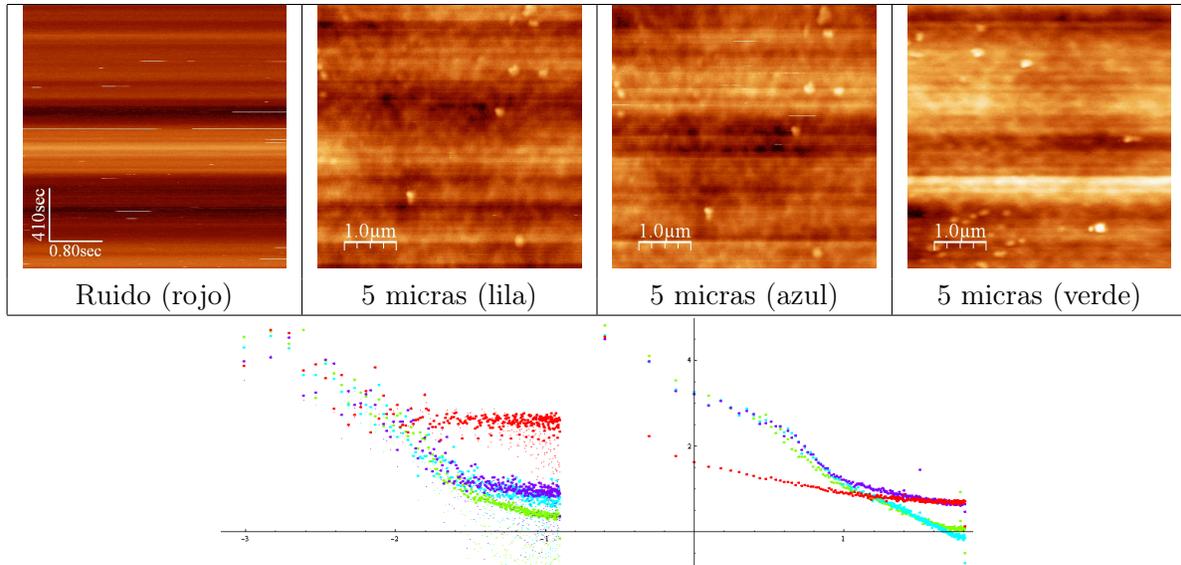


Figura 13: Frecuencia 0.25 Hz. PSD de topografía y ruido

Para ello se presenta este ejemplo bastante ilustrativo. En la gráfica 13, mirando el eje rápido, vemos cuatro PSD. Corresponden a cuatro imágenes tomadas con la siguiente cronología: primero la roja y la lila muy seguidas, poco después la azul y muchas horas después la verde, todas ellas a la misma frecuencia. Otro dato a tener en cuenta es que, mientras las imágenes lila y azul están tomadas en la misma zona de la muestra, la verde corresponde a una zona diferente. Como las imágenes fueron tomadas con bastante tiempo entre una y otra, el hecho de que coincidieran nos diría que corresponden a topografía real, ya que como el ruido es más o menos aleatorio, introduciría cambios entre una y otra.

Fijémonos primero en la diferencia entre los PSD de la lila y la azul. Ambas imágenes están hechas a 5 micras, ambas muy seguidas en tiempo y a la misma frecuencia y, sin embargo, tan diferentes. Parece sorprendente, y más teniendo en cuenta que el PSD de la imagen verde coincide con el de la azul aún siendo tomada mucho tiempo después y en una zona diferente.

Para resolver este problema acudimos a la línea de PSD roja. La imagen roja es idéntica a las demás excepto que no es barriendo una zona, es sólo ruido. Es el ruido que tenía el microscopio justo antes de tomar la imagen lila. Este hecho explica que la pendiente de la lila disminuya, ya que está cargada con la información del ruido (que es la roja). Sin embargo, el hecho de que coincidan los PSD de la azul y la verde nos indica que esas imágenes fueron hechas sin ruido y que efectivamente es topografía lo que medimos.

La parte lenta de la gráfica del PSD confirma lo anteriormente dicho. Nos indica que el ruido (puntos rojos), está muy por encima de las gráficas y tiene la misma forma que la lila. Pero sin embargo la verde, hecha mucho tiempo después, describe una recta bien definida, luego no está afectada por el ruido. Representamos el PSD en su calibración temporal porque así nos hacemos una idea de cómo va bajando el ruido (mirando el eje lento) al pasar el tiempo. Se observa efectivamente que desde la primera (roja) a la última (verde), el ruido va disminuyendo. Podemos medir en el eje rápido de forma más fiable ya que el ruido disminuye más rápidamente en esta dirección que en la del eje lento. Además, la coincidencia entre los PSD azul y verde nos indica que efectivamente es reproducible el resultado topográfico sin mucho esfuerzo. Basta poner la suficiente atención.

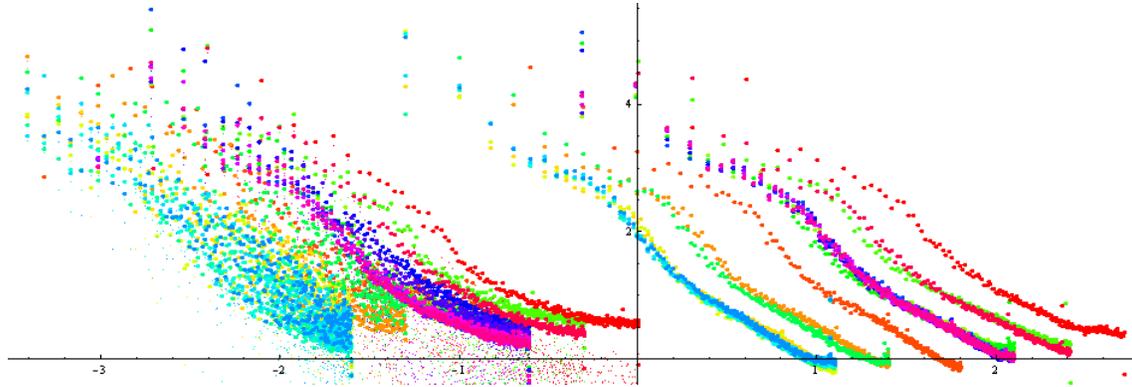


Figura 14: PSD de todas las imágenes de 5 micras a distintas frecuencias

### 6.5.1. Dimensión fractal de nuestra superficie

Dentro del apartado de reproducibilidad viene a colación la pregunta de si podemos, después de todo lo expuesto, definir una pendiente para el PSD y consecuentemente una dimensión fractal para nuestra superficie.

En la figura 14 se representan los PSD de todas las imágenes obtenidas para 5 micras, a distintas frecuencias. En su calibración temporal se nota un desplazamiento debido a la diferencia de frecuencias, que nos sitúa en un rango determinado del eje, aunque, por supuesto, la amplitud de información en décadas es la misma. Lo importante es que la pendiente es siempre la misma.

Dicha pendiente es  $a = -1,51 \pm 0,12$  que corresponde a una dimensión fractal  $D_f \simeq 1,75$  para un espacio euclídeo unidimensional. Podemos comparar éste resultado con el teórico de  $D_f = 1,5$ , el correspondiente unidimensional para superficies generadas a partir de enfriamiento. En dichas superficies las ondas capilares han quedado "congeladas" en sus posiciones, generando la rugosidad. Es evidente que no coinciden. Tampoco nos preocupa demasiado, ya que la oblea de silicio utilizada, ha sido seguramente pulida en su proceso de fabricación. Además, el hecho de haberla limpiado sometiéndola a bombardeo de iones de Ar puede haber alterado de forma significativa la rugosidad de su superficie.

Lo interesante es que las medidas de PSD son reproducibles. Si observamos el eje rápido de la figura 14 vemos que el ruido disminuye al acercarnos (desde la derecha) al rango de los Herzios, donde sería más fiable medir.

Si miramos ahora al eje lento, vemos que hay muchísimo más ruido, de tal manera que a ciertas frecuencias se pierde hasta el comportamiento lineal. La conclusión a sacar de ello es que es mejor medir el PSD en el eje rápido.

# Conclusiones finales

- A la hora de calcular el PSD en base a imágenes de AFM debemos tener cuidado con el procesado de las imágenes. Los planos globales pueden darnos topografía no real.
- El PSD del eje rápido es más fiable que el del eje lento. El del eje lento nos informa mejor de la cantidad de ruido que tenemos en el sistema.
- Comparar el PSD de una imagen con su ruido correspondiente es muy útil a la hora de discernir qué es topografía real.
- Podemos calibrar el ruido de nuestro aparato de medida, a fin de conocer qué frecuencia puede ser óptima si queremos medir con el menor ruido posible. La estabilidad del AFM es un elemento importante para obtener medidas precisas y fiables.
- La herramienta de suavizado del microscopio AFM ha resultado ser realmente eficaz al eliminar el ruido de alta frecuencia.
- La rugosidad obtenida del PSD es completamente reproducible. Sólo debemos fijarnos en que medimos sin ruido.

## Referencias

- [1] Bhushan, B. *"Modern Tribology Handbook"*. CRC Press, 2001.
- [2] Duparré, A. et al. *"Surface characterization techniques for determining the root-mean-square roughness and power spectral densities of optical components"*. Applied Optics **Vol. 41** (2002) nº 1.
- [3] García, R., Pérez, R. Surface Science Reports **Vol 47, 6-8** (2002) 197-301.
- [4] Giessibl, F.J. *"Advances in atomic force microscopy"*. Rev. of Modern Physics **Vol. 75, 3** (2003) 949-983.
- [5] Gómez-Rodríguez, J.M. et al. *"Measuring the fractal dimension with STM: application to vacuum-evaporated gold"*. Ultramicroscopy **42-44** (1991) 1321-1328.
- [6] Mandelbrot, B.B. *"The Fractal Geometry of Nature"*. Freeman, San Francisco, 1977.
- [7] Meyer, E. et al. *"Scanning Probe Microscopy: The Lab on a Tip"*. Springer, Berlin, 2004.
- [8] Myshkin, N.K. et al. *"Surface roughness and texture analysis in microscale"*. Wear **254** (2003) 1001-1009.
- [9] Person B.N.J. et al. *"On the nature of surface roughness whit application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion"*. J. Phys: Condens. Matter **17** (2005) R1-R62.
- [10] San Paulo-Hernándo, A. *"Dinámica de la microscopía de Fuerzas con modulación en amplitud: descripción teórica e implicaciones experimentales"*. Tesis Doctoral CSIC.

## Abstract

Actual theories of roughness aim at power spectral density like a useful and powerful tool in the study of rough surfaces. The power of PSD is due to the fact that self-similar and self-affine fractal surfaces have a linear behavior in a wide range of their PSD. We want to look further and use PSD to study, not only selfaffine/similar fractal surfaces, but for all kind of surfaces. Because the information that the PSD provides is representative of the intrinsic behavior of roughness. The microscopic comprehension of roughness is truly important to characterize a lot of macroscopic processes, like adhesion, tribology, wetting, optical reflectivity and so on...

We can analyze the topography of any surface and put light on the noise introduced by the measurement method. This noise can vary strongly the topographic result. That can affect the power spectral density graphic, and consequently the obtained fractal dimension. So the fractal dimension could have nothing to do with the topography, but with the noise of the measurement apparatus.

In the present study we want to characterize precisely the fractal roughness of self-affine surfaces and the intrinsic fractal noise to a Scanning Force Microscope (SFM). So we will be able to optimize the best measure method and to distinguish which topography is authentic and which are highly influenced by the noise.