

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2022 - JULIO

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

- 1: [2,5 p.]** Un conocido defraudador fiscal tiene distribuido su dinero negro en tres paraísos fiscales, las Islas Caimán, Panamá y Fiji. La suma total de este dinero es de 150 millones de euros. Si perdiera la cuarta parte del dinero que tiene en las Islas Caimán, seguiría teniendo allí el triple del dinero que tiene en Panamá. Además, el dinero que tiene en Panamá sumado a las dos quintas partes del dinero que tiene en Fiji es exactamente la mitad del dinero que tiene en las Islas Caimán. Calcule cuánto dinero tiene en cada uno de los paraísos fiscales.
- 2:** Se dice que una matriz cuadrada  $A$  es idempotente si cumple que  $A^2 = A$ .
- a) **[0,75 p.]** Si  $A$  es una matriz idempotente, calcule razonadamente  $A^{2022}$ .
- b) **[0,75 p.]** Si  $A$  es una matriz idempotente y regular (o inversible), calcule razonadamente su determinante.
- c) **[1 p.]** Determine para qué valores de  $a$  y  $b$  la siguiente matriz es idempotente

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & 1-a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

- 3:** Considere la función  $f(x)$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- a) **[0,5 p.]** Calcule el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $+\infty$ .
- b) **[1 p.]** Determine el valor de  $a$  para que la función  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$ .
- c) **[1 p.]** Estudie si, para dicho valor de  $a$ , la función  $f(x)$  es derivable en  $x = 1$ . En caso afirmativo, calcule el valor de la derivada de  $f$  en  $x = 1$ .
- 4:** Considere la función  $f(x) = x^2 e^{-x}$ , definida para todo valor de  $x \in \mathbb{R}$ .
- a) **[1 p.]** Calcule la derivada de  $f(x)$  y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- b) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función  $f(x)$ .
- c) **[0,5 p.]** Determine la primitiva de la función  $f(x)$  cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas  $(0, 1)$ .

**El examen continúa por detrás**

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2022 - JULIO

5: Considere el plano  $\pi$  de ecuación  $\pi : x + y + z = 1$  y la recta  $r$  dada por

$$r : \begin{cases} x - y = 0 \\ ax - z = a - 1 \end{cases}$$

- a) [1,5 p.] Estudie la posición relativa del plano  $\pi$  y de la recta  $r$  en función del parámetro  $a$ .
- b) [1 p.] Si  $a = -1$  la recta  $r$  corta al plano  $\pi$ . Calcule en ese caso el punto de corte y el ángulo que forma la recta  $r$  con el plano  $\pi$ .

6: Considere las rectas  $r$  y  $s$  dadas por

$$r : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x + 2z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

- a) [1,5 p.] Compruebe que las rectas son coplanarias (es decir, están contenidas en un mismo plano) y calcule la ecuación del plano que las contiene.
- b) [1 p.] Calcule la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi : x - y + 2z = 3$ .

7: Un estudio publicado en *Environmental, Science and Technology* ha revelado que la probabilidad de contraer el Covid-19 en el interior de restaurantes es 0,45. Además, según los datos de las Naciones Unidas, en el mundo hay actualmente un 50,5% de hombres y un 49,5% de mujeres.

- a) [0,5 p.] Suponiendo que los sucesos "contraer el Covid-19 en el interior de restaurantes" y "ser mujer" sean independientes, calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar sea mujer y contraiga el Covid-19 en el interior de restaurantes.
- b) [1 p.] En el mismo supuesto que en el apartado a), calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar no sea mujer o no contraiga el Covid-19 en el interior de restaurantes.
- c) [1 p.] Si se eligen 8 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 4 de ellas contraigan el Covid-19 en el interior de restaurantes?

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades.

La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 4 cm.

- a) [0,75 p.] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 170 cm.
- b) [0,75 p.] Calcule qué porcentaje de la población mide entre 170 y 185 cm.
- c) [1 p.] Calcule la altura que es superada por el 33% de la población.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2022 - JULIO

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

#### OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución o con un desarrollo incorrecto serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

#### OBSERVACIONES PARTICULARES:

##### CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones a resolver **[1,5 p.]**.

Cálculo correcto de la solución del sistema **[1 p.]**: 80 millones de euros en Islas Caimán, 20 millones de euros en Panamá y 50 millones de euros en Fiji.

##### CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y razonado de  $A^{2022} = A$  **[0,75 p.]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado de  $|A| = 1$  **[0,75 p.]**.

**Apartado c)** Cálculo correcto y razonado de los valores de  $a = 0$  o  $1$  y de  $b = 0$  o  $1$  **[1 p.]**.

##### CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y razonado del límite de la función  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $+\infty$  **[0,5 p.]**. Solución:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

**Apartado b)** Cálculo correcto de  $a = 1$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$  **[1 p.]**.

**Apartado c)** Justificación correcta y razonada de que para el valor  $a = 1$  la función es derivable en  $x = 1$  y su derivada es  $f'(1) = -1/2$  **[1 p.]**.

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2022 - JULIO**CUESTIÓN 4:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto de la derivada de  $f(x)$  [0,25 p.]. Solución  $f'(x) = (2x - x^2)e^{-x}$ .

Cálculo correcto de los puntos críticos  $x = 0$  y  $x = 2$  [0,25 p.].

Justificación de que la función es decreciente en los intervalos  $(-\infty, 0)$  y  $(2, +\infty)$  y creciente en el intervalo  $(0, 2)$  [0,5 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 p.]. Solución:  $F(x) = -(x^2 + 2x + 2)e^{-x} + C$ .

**Apartado c)** Determinación correcta de la constante de integración  $C = 3$  para que la gráfica de la primitiva pase por el punto  $(0, 1)$  [0,5 p.].

**CUESTIÓN 5:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que la recta corta al plano en un punto si  $a \neq -2$  [0,75 p.].

Justificación correcta y razonada de que la recta es paralela al plano si  $a = -2$  [0,75 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto del punto de corte  $P(-1, -1, 3)$  cuando  $a = -1$  [0,5 p.].

Cálculo correcto del ángulo que forman  $\angle(r, \pi) = 19,4712^\circ = 19^\circ 28' 16,32''$  [0,5 p.].

**CUESTIÓN 6:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que las rectas son coplanarias [0,75 p.].

Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano que las contiene [0,75 p.]. Solución:  $x - y + 2z = 1$ .

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado de la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$  [1 p.]. Solución:  $2/\sqrt{6} = \sqrt{6}/3$  unidades de distancia.

**CUESTIÓN 7:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.]. Solución: probabilidad = 0,22275

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.]. Solución: probabilidad = 0,77725

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.]. Solución: probabilidad = 0,523 (válido también 0,5231).

**CUESTIÓN 8:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,75 p.]. Solución: probabilidad = 0,8944

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado del porcentaje pedido [0,75 p.]. Solución: porcentaje = 88,82%

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado de la altura pedida [1 p.]. Solución: altura = 176,76 cm.