



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: [2,5] Taylor Swift tiene un total de 435 millones de seguidores en las tres siguientes redes sociales: Instagram, X (antiguo Twitter) y YouTube. Si ganara en Instagram tantos seguidores como la mitad de los que tiene en YouTube, el número de sus seguidores en Instagram sería el doble de la suma de los que tiene en X y en YouTube.

Además, si Taylor recibiera cada mes 10 dólares por cada millón de seguidores en Instagram, 20 dólares por cada millón de seguidores en X y 30 dólares por cada millón de seguidores en YouTube, tendría unos ingresos mensuales de 6.500 dólares.

Calcule cuántos seguidores tiene Taylor Swift en cada una de estas redes sociales.

2: Se dice que una matriz cuadrada A de orden 2 es una matriz ortogonal si cumple que $A \cdot A^t = I$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A e I denota la matriz identidad de orden 2.

a) **[1]** Estudie si las siguientes matrices son ortogonales o no:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

b) **[0,75]** Si A es una matriz ortogonal cualquiera de orden 2, calcule razonadamente su determinante.

c) **[0,75]** Justifique que si A y B son dos matrices ortogonales cualesquiera de orden 2, entonces el producto $C = A \cdot B$ también lo es.

3: Considere la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 2x + 3}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

a) **[0,5]** Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) **[1,5]** Determine los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función $f(x)$ y calcule sus extremos relativos (máximos y mínimos relativos).

c) **[0,5]** Justifique que la función alcanza sus extremos absolutos (máximo y mínimo absolutos) y calcule el valor de dichos extremos absolutos.

4: Considere la función $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, definida para todo valor de $x > 0$.

a) **[0,5]** Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) **[1,5]** Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.

c) **[0,5]** Determine el valor de $a > 0$ para el cual se cumple que $\int_1^a f(x) dx = 4$.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

- 5: Considere los planos $x - y + z = 0$ y $x + y - z = 2$ y los puntos $P(1, 2, 3)$ y $Q(1, 1, 3)$.
- [0,75]** Compruebe que ambos planos se cortan en una recta r y calcule la ecuación continua de dicha recta.
 - [1]** Compruebe que el punto P no está en ninguno de los dos planos y calcule la ecuación de la recta que pasa por P y no corta a ninguno de los dos planos.
 - [0,75]** Determine el punto de la recta r que equidista de P y de Q .
- 6: Considere los planos $x + y + z = -3$ y $x + y - z = 3$ y la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$.
- [0,75]** Compruebe que ambos planos se cortan y calcule el ángulo que forman.
 - [0,75]** Estudie la posición relativa de la recta r con el plano $x + y - z = 3$.
 - [1]** Determine los puntos de la recta r que equidistan de ambos planos.
- 7: El 60 % de los habitantes de una población consume pan integral, el 40 % consume pan blanco y el 20 % consume ambos tipos de pan.
- [0,5]** ¿Son independientes los sucesos “consumir pan integral” y “consumir pan blanco”?
 - [0,5]** Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?
 - [0,75]** Calcule el porcentaje de la población que no consume ninguno de los dos tipos de pan.
 - [0,75]** Sabiendo que un habitante no consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?
- 8: Trabaje con 4 cifras decimales para las probabilidades y con 2 para los porcentajes. Una fábrica de componentes de ordenador produce 2500 microprocesadores al día. Sabiendo que el porcentaje de microprocesadores defectuosos fabricados es del 2 %, responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
- [0,5]** ¿Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de microprocesadores defectuosos fabricados al día?
 - [0,5]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.
 - [0,75]** ¿Cuál es la probabilidad de que en un día el número de microprocesadores defectuosos fabricados sea menor o igual que 57?
 - [0,75]** ¿Cuál es la probabilidad de que en un día el número de microprocesadores defectuosos fabricados sea exactamente 50?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones a resolver **[1,5 p.]**:

$$\begin{cases} x + y + z = 435 \\ x + \frac{z}{2} = 2(y + z) \\ 10x + 20y + 30z = 6500 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + z = 435 \\ 2x - 4y - 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 650 \end{cases}$$

Cálculo correcto de la solución del sistema **[1 p.]**: 280 millones de seguidores en Instagram ($x = 280$), 95 millones de seguidores en X ($y = 95$) y 60 millones de seguidores en YouTube ($z = 60$).

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

a) Determinación correcta de que la matriz $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$ sí es ortogonal **[0,5 p.]**.

Determinación correcta de que la matriz $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$ no es ortogonal **[0,5 p.]**.

b) Cálculo justificado de que $|A|^2 = |I| = 1 \implies |A| = \pm 1$ **[0,75 p.]**.

c) Justificación de que $C = A \cdot B$ es ortogonal **[0,75 p.]**:

$$C \cdot C^t = (A \cdot B) \cdot (B^t \cdot A^t) = A \cdot (B \cdot B^t) \cdot A^t = A \cdot I \cdot A^t = A \cdot A^t = I.$$



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

a) Cálculo correcto de $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ por cualquier método válido [0,25 p.]. Cálculo correcto de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ por cualquier método válido [0,25 p.].

b) Cálculo correcto de la derivada $f'(x) = \frac{4x(3-x)}{(x^2-2x+3)^2}$ [0,25 p.]. Cálculo correcto de los dos puntos críticos $x = 0$, $x = 3$ [0,25 p.].

Justificación de que la función es decreciente en los intervalos $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ y creciente en el intervalo $(0, 3)$ [0,5 p.].

Cálculo correcto y justificado de que la función alcanza un mínimo relativo en $x = 0$ con valor $f(0) = 0$ [0,25 p.]. Cálculo correcto y justificado de que la función alcanza un máximo relativo en $x = 3$ con valor $f(3) = 3$ [0,25 p.].

c) Justificación de que la función alcanza su mínimo absoluto en $x = 0$ con valor $f(0) = 0$ [0,25 p.]. Justificación de que la función alcanza su máximo absoluto en $x = 3$ con valor $f(3) = 3$ [0,25 p.].

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

a) Cálculo correcto de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ por cualquier método válido [0,5 p.].

b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,5 p.]:

$$\int f(x) dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + C.$$

c) Cálculo correcto y justificado del valor de $a = e^2$ [0,5 p.]:

$$\int_1^a f(x) dx = 4 \iff 2\sqrt{a}(\ln a - 2) = 0 \iff \ln a = 2 \iff a = e^2.$$

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

a) Justificación correcta y razonada, por cualquier método válido, de que los dos planos se cortan en la recta r de ecuación continua $r: \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ [0,75 p.].

b) Comprobación correcta y razonada de que el punto $P(1, 2, 3)$ no está en ninguno de los dos planos [0,25 p.].

Cálculo correcto y razonado de la ecuación de la recta que pasa por P y no corta a ninguno de los dos planos (en cualquiera de sus formas) [0,75 p.], obteniendo la ecuación continua $\frac{x-1}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ (o cualquier otra ecuación equivalente a esta, en cualquiera de sus formas).

c) Cálculo correcto del punto pedido, obteniendo el punto $A(1, 3/2, 1/2)$ [0,75 p.].



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

a) Comprobación correcta y razonada, por cualquier método válido, de que los dos planos se cortan y forman un ángulo de $70,5287794^\circ = 70^\circ 31' 43,606''$ (o su equivalente en radianes) **[0,75 p.]**.

b) Justificación correcta y razonada, por cualquier método válido, de que la recta y el plano son paralelos **[0,75 p.]**.

c) Cálculo correcto y razonado de los puntos pedidos, obteniendo los puntos $A(1, -1, 0)$ y $B(-1, -2, -3)$ **[1 p.]**.

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

a) Justificación correcta y razonada de que los sucesos no son independientes **[0,5 p.]**.

b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida, obteniendo $P = 1/3$ **[0,5 p.]**

c) Cálculo correcto y justificado del porcentaje pedido, obteniendo el 20% **[0,75 p.]**

d) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida, obteniendo $P = 1/2$ **[0,75 p.]**

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

a) Justificación de que se trata de una distribución binomial de parámetros $n = 2500$ y $p = 0,02$ **[0,5 p.]**.

b) Cálculo correcto de la media $\mu = np = 50$ **[0,25 p.]**. Cálculo correcto de la desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = 7$ **[0,25 p.]**.

c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida, aplicando la aproximación de la binomial por la normal y la corrección por continuidad de Yates, obteniendo $P(X \leq 57) = 0,8577$ **[0,75 p.]**.

d) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida, aplicando la aproximación de la binomial por la normal y la corrección por continuidad de Yates, obteniendo $P(X = 50) = 0,0558$ **[0,75 p.]**.

Si se contesta $P(X = 50) = \binom{2500}{50} \cdot 0,02^{50} \cdot 0,98^{2450}$, sin dar el valor numérico **[0,25 p.]**.