



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
306 – MATEMÁTICAS II  
EBAU2024 - JUNIO

**NOTA IMPORTANTE:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

- 1: **[2,5]** En los años 2022 y 2023, Carlitos Alcaraz ganó un total de 10 torneos de categorías Grand Slam, Masters 1000 y ATP 500, lo que le proporcionó un total de 10.000 puntos. El número de torneos ganados de categoría ATP 500 fue 1 más que la mitad de la suma del número de torneos ganados de las otras dos categorías.

En la siguiente tabla se detallan los puntos conseguidos por cada torneo ganado en cada una de las categorías:

Grand Slam = 2.000 puntos	Masters 1000 = 1.000 puntos	ATP 500 = 500 puntos
---------------------------	-----------------------------	----------------------

Con esta información, calcule el número de torneos de cada una de las tres categorías ganados por Carlitos en los años 2022 y 2023.

- 2: Se dice que una matriz cuadrada  $A$  de orden 2 es una matriz de Hadamard si está formada solo por 1's y -1's y cumple que  $A \cdot A^t = 2I$ , donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$  e  $I$  denota la matriz identidad de orden 2.
- a) **[1]** Determine cuál de las siguientes matrices es de Hadamard:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- b) **[0,75]** Si  $A$  es una matriz de Hadamard cualquiera de orden 2, calcule razonadamente su determinante.
- c) **[0,75]** Justifique que toda matriz  $A$  de Hadamard de orden 2 es regular (o invertible) y obtenga una expresión para su inversa en términos de  $A^t$ .
- 3: Calcule los siguientes límites:

a) **[1]**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(2x)}{x^2}.$

b) **[0,75]**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+9} - \sqrt{x-9}.$

c) **[0,75]**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$

- 4: a) **[1,5]** Calcule la siguiente integral indefinida  $\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx.$
- b) **[1]** Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales  $x = -\pi/2$  y  $x = \pi/2$ , y la gráfica de la función  $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x.$

**El examen continúa por detrás**



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**306 – MATEMÁTICAS II**  
EBAU2024 - JUNIO

- 5: Considere el plano  $\pi$  de ecuación  $x + y + z = -1$  y la recta  $r$  dada por  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{0}$ .
- [1] Compruebe que el plano  $\pi$  y la recta  $r$  son paralelos.
  - [0,5] Calcule la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$ .
  - [1] Calcule la ecuación general (o implícita) del plano que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .

- 6: Considere las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x + 2y = 13 \\ z = 2 \end{cases} \quad y \quad s: \begin{cases} y + 2z = 4 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

- [1] Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.
  - [0,5] Compruebe que el punto  $P(0, 3, 0)$  no está en ninguna de las dos rectas.
  - [1] Calcule la ecuación del plano (en cualquiera de sus formas) que contiene al punto  $P$  y es paralelo a ambas rectas.
- 7: El juego de los dados de Efron tiene 4 dados diferentes. Todos ellos son dados perfectos de 6 caras equiprobables, pero la numeración de sus 6 caras es diferente en cada uno, según se detalla en la siguiente tabla:

Dado A	0	0	4	4	4	4
Dado B	3	3	3	3	3	3
Dado C	2	2	2	2	6	6
Dado D	1	1	1	5	5	5

Ana elige el dado A, Bea elige el dado B, Ceci elige el dado C y Delia elige el dado D. El juego consiste en que cada jugador lanza su dado, gana aquel que saque la mayor puntuación y pierde aquel que saque la menor puntuación. Pueden jugar uno contra uno o todos contra todos. Calcule:

- [0,5] Si Ana juega contra Bea, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ana?
  - [0,75] Si Ana juega contra Bea 8 veces, ¿cuál es la probabilidad de que Bea gane al menos 3 veces?
  - [0,5] Si Ana juega contra Ceci, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ceci?
  - [0,75] Si juegan todos contra todos, ¿cuál es la probabilidad de que Ana ni gane ni pierda?
- 8: Trabaje con 4 cifras decimales para las probabilidades y con 2 para los porcentajes. El cociente intelectual (CI) de los estudiantes de Bachillerato de la Región de Murcia sigue una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$  desconocidas. Se sabe que el 6,68% de estos estudiantes tiene un CI mayor que 115 y que el 59,87% tiene un CI menor que 102,5.
- [0,5] ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes con CI entre 102,5 y 115?
  - [1] Si se eligen al azar 6 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellos tengan un CI menor que 115?
  - [1] Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**306 – MATEMÁTICAS II**  
EBAU2024 - JUNIO

**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

**OBSERVACIONES GENERALES:**

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

**OBSERVACIONES PARTICULARES:**

**CUESTIÓN 1:** [2,5 p.]

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones a resolver **[1,5 p.]**:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2000x + 1000y + 500z = 10000 \\ z = \frac{x+y}{2} + 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + z = 10 \\ 4x + 2y + z = 20 \\ x + y - 2z = -2 \end{cases}$$

Cálculo correcto de la solución del sistema **[1 p.]**: 2 torneos de Grand Slam ( $x = 2$ ), 4 torneos de Masters 1000 ( $y = 4$ ) y 4 torneos de ATP 500 ( $z = 4$ ).

**CUESTIÓN 2:** [2,5 p.]

a) Determinación correcta de que la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  sí es de Hadamard **[0,5 p.]**. Determinación correcta de que la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  no es de Hadamard **[0,5 p.]**.

b) Cálculo justificado de que  $|A|^2 = |2I| = 4 \implies |A| = \pm 2$  **[0,75 p.]**.

c) Justificación de que  $A$  es regular (o invertible) **[0,25 p.]**. Expresión de la inversa de  $A$  como  $A^{-1} = \frac{1}{2}A^t$  **[0,5 p.]**.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**306 – MATEMÁTICAS II**  
EBAU2024 - JUNIO

**CUESTIÓN 3:** [2,5 p.]

a) Cálculo correcto de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(2x)}{x^2} = -\frac{5}{2}$  por cualquier método válido [1 p.].

b) Cálculo correcto de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+9} - \sqrt{x-9} = 0$  por cualquier método válido [0,75 p.].

c) Cálculo correcto de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$  por cualquier método válido [0,75 p.].

**CUESTIÓN 4:** [2,5 p.]

a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,5 p.]:

$$\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx = -x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x + 2 \cos x + C.$$

b) Cálculo correcto y justificado del área pedida, estudiando el signo del integrando y/o determinando los subintervalos de integración [1 p.]:

$$\text{Área} = \left| \int_{-\pi/2}^0 x^2 \operatorname{sen} x \, dx \right| + \left| \int_0^{\pi/2} x^2 \operatorname{sen} x \, dx \right| = 2 \int_0^{\pi/2} x^2 \operatorname{sen} x \, dx = 2(\pi - 2).$$

**CUESTIÓN 5:** [2,5 p.]

a) Justificación correcta y razonada, por cualquier método válido, de que el plano  $\pi$  y la recta  $r$  son paralelos [1 p.].

b) Cálculo correcto de la distancia de la recta al plano por cualquier método válido (incluyendo la aplicación directa de la fórmula), obteniendo la distancia  $d(r, \pi) = \frac{2}{\sqrt{3}}$  [0,5 p.].

c) Cálculo correcto de la ecuación general del plano, obteniendo el plano  $x + y - 2z = 1$  (o una expresión equivalente a esta) [1 p.].

**CUESTIÓN 6:** [2,5 p.]

a) Justificación correcta y razonada, por cualquier método válido, de que las dos rectas se cruzan en el espacio [1 p.].

b) Comprobación correcta y razonada de que el punto  $P(0, 3, 0)$  no está en  $r$  [0,25 p.]. Comprobación correcta y razonada de que el punto  $P(0, 3, 0)$  no está en  $s$  [0,25 p.].

c) Cálculo correcto de la ecuación del plano (en cualquiera de sus formas) [1 p.], obteniendo la ecuación  $x + 2y + 6z = 6$  (o una expresión equivalente a esta) en su ecuación implícita, o la ecuación

$$\begin{aligned} x &= 2\lambda - 2\mu \\ y &= 3 - \lambda - 2\mu \\ z &= \mu \end{aligned} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

(o una expresión equivalente a esta) en su ecuación paramétrica.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**306 – MATEMÁTICAS II**  
EBAU2024 - JUNIO

**CUESTIÓN 7:** [2,5 p.]

a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida **[0,5 p.]**, obteniendo

$$P(\text{gana Ana}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida **[0,75 p.]**, obteniendo

$$P(\text{Bea gana al menos 3 veces}) = 0,5318.$$

c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida **[0,5 p.]**, obteniendo

$$P(\text{gana Ceci}) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}.$$

d) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida **[0,75 p.]**, obteniendo

$$P(\text{Ana ni gana ni pierde}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}.$$

**CUESTIÓN 8:** [2,5 p.]

a) Cálculo correcto y justificado del porcentaje pedido, obteniendo el 33,45% **[0,5 p.]**.

b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida obteniendo  $P \approx 0,9441$  **[1 p.]**.

c) Cálculo correcto de la media  $\mu = 100$  **[0,5 p.]**. Cálculo correcto de la desviación típica  $\sigma = 10$  **[0,5 p.]**.