

III Concurso **SANTANDER-INGENIO**

19 de mayo de 2017

N.º

Apellidos:	
Nombre:	
DNI:	
Titulación:	
Curso actual:	
País de destino:	

**NOTA:** Por favor, RELLENE ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y no ponga nada en la casilla N.º

**RECUERDE LAS INSTRUCCIONES:**

- No ponga el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.
- No escriba nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.
- **Cada problema se hace en su(s) hoja(s) y si le falta sitio, pide una “hoja de continuación”, que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.**
- No se entregarán hojas para escribir en sucio. Para ello, puede usar la propia hoja del enunciado y si le falta sitio después, pedir otra hoja que se añade, tal como figura en el punto anterior. Puede tachar.
- Solo puede tener sobre la mesa los materiales que se le proporcionen: bolígrafos, lápices, goma de borrar o corrector de tinta blanca, sacapuntas y la prueba, que en ningún caso se puede desgrapar.
- Preste atención a los enunciados de los retos, en algunos se exige explicar las respuestas.
- Si tiene alguna duda **no la pregunte en voz alta**; levante la mano y un profesor irá a aclarársela; se procurará hacerlo en voz baja.
- ***Y ANTE TODO, disfrute este tiempo que pasa pensando cómo resolver los problemas propuestos. Ten en cuenta que un concurso como este, con problemas no previstos, no es como un examen habitual. Puede desempeñar un papel muy bueno, aunque no lo resuelva entero correctamente. En cada problema ha de quedar claro lo que hace y cómo lo hace, aunque no haya completado la solución a un apartado o le falten algunos apartados por contestar.***



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
*19 de mayo de 2017*

N.º

### III Concurso SANTANDER-INGENIO

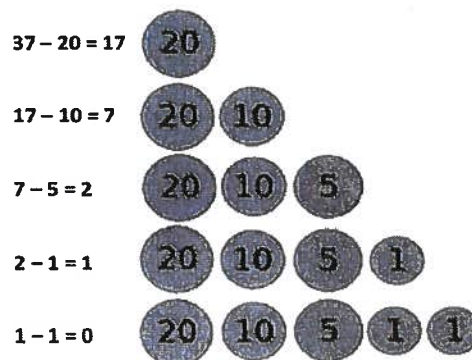
19 de mayo de 2017

N.º

#### RETO 1

Un **algoritmo** es un conjunto ordenado de operaciones sistemáticas que permite hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problemas. Cuando un algoritmo consiste en elegir la opción óptima en cada paso para resolver un determinado tipo de problemas (un problema general) se llama **algoritmo voraz**.

Por ejemplo, en nuestro sistema monetario actual, para determinar el mínimo número de monedas que debe devolverse en el cambio cuando pagamos un producto podemos utilizar un algoritmo voraz. En la figura se muestran los pasos a seguir con el algoritmo voraz para conseguir 37 céntimos usando sólo monedas de valores 1, 5, 10 y 20 céntimos de euro. La moneda de mayor valor es la escogida en cada paso.



#### Propuesta 1

Estados Unidos tiene actualmente 6 tipos de monedas (1, 5, 10, 25, 50 centavos y 1 dólar), pero entre 1875 y 1878 también estuvo en curso la moneda de 20 centavos.

- a)** ¿Puedes utilizar el algoritmo voraz para dar el cambio de una compra menor de 1 dólar con estas monedas (1 ¢, 5 ¢, 10 ¢, 20 ¢, 25 ¢, 50 ¢), utilizando el menor número de monedas? Hazlo para cada uno de estos números: 37, 99

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

*19 de mayo de 2017*

N.º

**b)** ¿El algoritmo voraz es siempre el que permite devolver el cambio con el menor número de monedas, para cualquier cantidad menor que 1 dólar? ¿Existe, para alguna cantidad de centavos, una combinación con la que se consiga dar el cambio utilizando menor número de monedas que la que se obtiene con el algoritmo voraz? Si existe, pon un ejemplo.

**III Concurso SANTANDER-INGENIO***19 de mayo de 2017*

N.º

**Propuesta 2**

El antiguo sistema británico consistía en monedas de: medio penique, un penique (1p), tres peniques (3p), seis peniques (6p), chelín (12p) (12 peniques), florín (24p) (24 peniques) y media corona (30p) (30 peniques).

- a) Da algunos ejemplos en los que muestres que usando el algoritmo voraz no se obtiene el menor número de monedas al dar el cambio de una compra menor de una libra.

- b) Si quitamos algunas de las monedas de este sistema, ¿el algoritmo voraz daría el cambio con el menor número de monedas posible? ¿Qué moneda quitarías? ¿Hay más de una opción posible?



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

*19 de mayo de 2017*

N.º

**Propuesta 3**

Dos monedas pueden cambiar 1 dólar (dos monedas de 50 ¢), 3 monedas pueden cambiar 1 dólar (una de 50 ¢ y dos de 25 ¢), sesenta monedas pueden cambiar 1 dólar (55 monedas de 1 centavo, 4 de 10 centavos y una de 5 ¢), y así sucesivamente.

¿Cuál es el menor número de monedas con el que no se puede cambiar 1 dólar? Justifica la respuesta.

**III Concurso SANTANDER-INGENIO***19 de mayo de 2017*

N.º

**Propuesta 4**

En época de Felipe II, se acuñaban monedas de plata y de oro. 1 real de plata equivalía a 34 maravedíes y, a su vez, 1 escudo de oro a 16 reales de plata. Los múltiplos eran las monedas de 2 reales, 4 reales y la conocida y famosa pieza de 8 reales o «real de a 8». Las casas de moneda coloniales, a diferencia de España, emitieron monedas de  $\frac{1}{2}$ , 1, 2, 4 y 8 escudos de oro.

Si solo usamos monedas de 1, 2, 4, 8 reales y de  $\frac{1}{2}$ , 1, 2, 4, 8 escudos, ¿cuántas maneras hay de cambiar 8 escudos?

---



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
*19 de mayo de 2017*

N.º



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

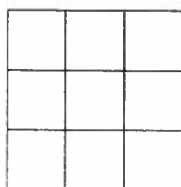
19 de mayo de 2017

N.º

**RETO 2**

**Bernardo** y **Toñi** se encuentran en el Aeropuerto de San Javier esperando su vuelo hacia Bristol, donde realizarán un Erasmus, y deciden matar el tiempo jugando al conocido *tres en raya*.

Ambos disponen de cinco fichas (Toñi de cinco fichas con la forma de **T** y Bernardo con cinco fichas con la forma de **B**). Por turnos, empezando Toñi, ambos van colocando sus fichas en un tablero de 3x3 cuadrados como el de la figura siguiente:



Gana el primero que consiga tener una línea (horizontal, vertical o diagonal) de tres de sus símbolos.

Supongamos que denotamos las columnas del tablero, de izquierda a derecha, como a,b,c y sus filas, de abajo a arriba, como 1,2,3. Así, por ejemplo, la casilla en la esquina inferior izquierda sería la a1 y la casilla central sería la b2. Podemos entonces acompañar cada posible partida de una nomenclatura. Si por ejemplo escribimos que la partida fue

**1) a1,c2; 2) b1, b2; 3) c3, a2;**

estamos queriendo decir que la partida siguió la siguiente secuencia: en la primera jugada Toñi puso una T en la casilla a1 y Bernardo una B en la casilla c2, en la segunda jugada Toñi puso una T en la casilla b1 y Bernardo una B en la casilla b2 y finalmente, en la tercera jugada Toñi puso una T en la casilla c3 y Bernardo una B en la casilla a2.

**Propuesta 1**

Si Toñi empieza poniendo una T en la casilla central (b2) y Bernardo no contesta a esa jugada poniendo inmediatamente una B en una de las esquinas, entonces Toñi podrá jugar para ganar la partida con toda seguridad. ¿Cómo?

**III Concurso SANTANDER-INGENIO***19 de mayo de 2017*

N.º

**Propuesta 2**

Si Toñi empieza poniendo una T en una esquina del tablero y Bernardo, en su primer movimiento, pone una B en cualquier casilla que no sea la central, ¿puede Toñi jugar de tal forma que gane la partida seguro? ¿por qué?

**Propuesta 3**

Imaginemos ahora una variante del juego tres en raya. Supongamos que tanto Toñi como Bernardo cuentan, desde el inicio, con sólo tres fichas que colocarán sobre el tablero siguiente las mismas reglas. Si ninguno de los dos consigue hacer tres en raya antes, las seis fichas quedarán colocadas en el tablero. Llegados a ese punto el juego continuará como sigue. Empezando otra vez por Toñi, y jugando de nuevo por turnos, ambos procederán a realizar un movimiento de solo una de sus piezas por turno. Cada jugador, en cada turno, solo tendrá permitido mover una de sus piezas en vertical o en horizontal a una casilla adyacente que esté desocupada.

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

19 de mayo de 2017

N.º

Por ejemplo, si le toca mover a Toñi y la posición de partida es la del siguiente esquema,

T		
B		B
T	B	T

la única posible jugada es mover la T en a3 a la casilla b3.

En este nuevo juego, ¿hay alguna forma de que Toñi gane la partida siempre (independientemente de lo que juegue Bernardo)? ¿Por qué?



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
*19 de mayo de 2017*

N.º

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

19 de mayo de 2017

N.º

**RETO 3**

Según la Real Academia Española, la criptografía es «el arte de escribir con clave secreta o de un modo enigmático» y aunque, efectivamente, originalmente su uso tenía únicamente por objetivo la confidencialidad en la comunicaciones (alterar los mensajes para hacerlos ininteligibles para posibles receptores no autorizados), actualmente, con el desarrollo de la informática y el uso masivo de comunicaciones digitales, tiene, además de la confidencialidad, otros objetivos (autenticación, integridad del mensaje, firma digital, etc.)

**Propuesta 1**

Plutarco nos describe uno de los primeros usos de la criptografía, las escítalas griegas:

*«Cuando los Éforos mandan a alguno de comandante de la armada o de general, cortan dos trozos de madera redondos, y enteramente iguales en el diámetro y en el grueso, de manera que los cortes se correspondan perfectamente entre sí. De éstos guardan el uno, entregando el otro al nombrado... Cuando quieren, pues, comunicar una cosa secreta e importante, forman una como tira de papel, larga y estrecha como un listón, y la acomodan al trozo o correa que guardan, sin que sobre ni falte, sino que ocupan exactamente con el papel todo el hueco; hecho esto, escriben en el papel lo que quieren, estando arrollado en la correa. Luego que han escrito, quitan el papel, y sin el trozo de madera lo envían al general. Recibido por éste, nada puede sacar de unas letras que no tienen unión, sino que están cada una por su parte; pero tomando su correa, extiende en ella la cortadura de papel, de modo que, formándose en orden el círculo, y correspondiendo unas letras con otras, las segundas con las primeras, se presente todo lo escrito seguido a la vista».*



(Vidas Paralelas, Lisandro XIX)

Descifre el siguiente mensaje, que se ha obtenido con dicho método:

**BULMNANAECSTOTEORLASNOEUCPDTSIEERATRCARAIIS**

Al hacerlo encontrará el método empleado.

**SOLUCIÓN:**

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

19 de mayo de 2017

N.º

**Propuesta 2**

Las escítalas griegas son un sistema criptográfico de los denominados *de trasposición*: el mensaje cifrado esta formado por todos los caracteres del mensaje original, simplemente se ha alterado el orden en el que aparecen siguiendo una determinada pauta.

Se podrían hacer muchas alteraciones en el orden de los caracteres de un determinado mensaje. El siguiente se ha obtenido con una de ellas, pero sencilla. ¿Podría descifrarlo?

**ADREIUQZIAAHCEREDEDOLREELATSAB**

Al hacerlo también encontrará el método empleado en este caso.

**SOLUCIÓN:****Propuesta 3**

Descifrar el siguiente mensaje, cifrado también con un sistema de trasposición, descubriendo el método utilizado:

**RIBIRCSEADACARBALAPNENEDROOSREVNI****SOLUCIÓN:**

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**

19 de mayo de 2017

N.º

**Propuesta 4**

Por Seutonio sabemos que Julio César también usaba la criptografía:

*«...Si tenía que decir algo confidencial, lo escribía usando el cifrado, esto es, cambiando el orden de las letras del alfabeto, para que ni una palabra pudiera entenderse. Si alguien quiere descifrarlo, y entender su significado, debe sustituir la cuarta letra del alfabeto, es decir, la D por la A, y así con las demás».*

*(Vida de los Césares, Julio César LVI)*

Es un sencillo sistema de los llamados *de sustitución*: se reemplaza cada letra (o grupo de letras) por otra letra (o grupo de letras). En el caso de César la sustitución efectuada para cifrar un mensaje, en el alfabeto español, sería la siguiente:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Su famosa frase VENI VIDI VINCI bien la podría haber cifrado el propio Julio César como

**YHPLYLGYLPL**

A las claves de cifrado que utilizan un sistema similar, desplazar cada letra un determinado número de posiciones, se les denominan precisamente *claves cesáreas* en honor a Julio César.

Descifrar el siguiente mensaje que se ha cifrado con una clave de este tipo y en el que, para facilitar la tarea, se han respetado, igual que en el mensaje original, los espacios entre palabras.

**YK NG JK YVQGFJU IGJG QKZXG YKÑY VUYÑIUSKY**

**SOLUCIÓN:**

**Propuesta 5**



### III Concurso SANTANDER-INGENIO

19 de mayo de 2017

N.º

Uno de los problemas de las claves cesáreas es que es un sistema de sustitución en el que cada letra se sustituye siempre por la misma, la que corresponda según el número de posiciones que se haya decidido desplazar. Una forma de evitarlo es tener también en cuenta el lugar que ocupa cada una de las letras. Así, el sistema de cifrado conocido como *de Vigenère* consiste elegir una palabra clave y utilizar una tabla que contiene todas las claves cesáreas posibles (las correspondientes a todos los desplazamientos):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O
Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R
T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S
U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T
V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U
W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Su funcionamiento es el siguiente: si el mensaje a cifrar es, por ejemplo, «alea jacta est» y la palabra clave elegida es precisamente «clave», se





### III Concurso *SANTANDER-INGENIO*

19 de mayo de 2017

N.º

emparejan las letras del mensaje original con las de la clave, repetida todas las veces que haga falta,

a	l	e	a	j	a	c	t	a	e	s	t
c	l	a	v	e	c	l	a	v	e	c	l

y cada una de las letras del mensaje se cifra con la clave cesárea de la tabla anterior que comienza precisamente con la letra de la palabra clave que le corresponde.

a	l	e	a	j	a	c	t	a	e	s	t
c	l	a	v	e	c	l	a	v	e	c	l
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
c	v	e	v	n	c	ñ	t	v	i	u	e

El siguiente mensaje se ha cifrado con este método utilizando como palabra clave la primera palabra de los dos primeros mensajes (que es la misma), ¿podría descifrarlo?

**ZAZTTFREBNBDH**

**SOLUCIÓN:**



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
*19 de mayo de 2017*

N.º



**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
19 de mayo de 2017

N.º

**RETO 4**

**Propuesta 1**

Escribe un dígito del 1 al 9 en cada casilla, no repitiendo ninguno, de forma que las sumas de las columnas, las filas y las diagonales den el resultado que se indica.

				13
		3		13
				19
↶	19	19	7	↷

**Propuesta 2**

Ídem con este ejemplo:












				11
		7		20
				14
↶	13	15	17	↷

III Concurso **SANTANDER-INGENIO**  
19 de mayo de 2017

N.º

**Propuesta 3**

Ídem con este otro:

			21	
			9	
			15	
	10	17	18	

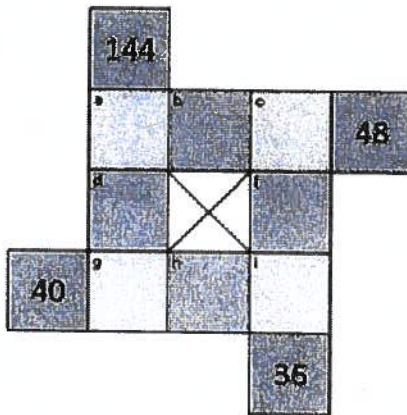
### III Concurso *SANTANDER-INGENIO*

19 de mayo de 2017

N.º

#### Propuesta 4

Rellena las casillas vacías utilizando ocho dígitos del 1 al 9, sin repetir ninguno. La casilla central no se utiliza. Los números que aparecen en los cuadrados adjuntos representan los productos correspondientes a las tres casillas que forman la respectiva fila o columna.



UNIVERSIDAD DE  
MURCIA



 Santander

**III Concurso SANTANDER-INGENIO**  
*19 de mayo de 2017*

N.º