
Índice general

-1. Un poco de historia	9
0. Conjuntos, aplicaciones y números	19
0.1. Teoría de conjuntos	19
0.1.1. Operaciones básicas	20
0.1.2. Otras operaciones	22
0.1.3. Familias de conjuntos	24
0.2. Aplicaciones	26
0.2.1. Tipos de aplicaciones	29
0.2.2. Composición de aplicaciones	31
0.3. Conjuntos finitos y numerables	32
0.3.1. Conjuntos finitos	32
0.3.2. Conjuntos numerables	33
0.4. Los números reales	36
1. Espacios métricos	41
1.1. Distancias	42
1.1.1. Subespacio métrico	50
1.2. Distancia a un conjunto	51
1.3. Topología asociada a un espacio métrico	56
1.3.1. Conjuntos abiertos	60
1.3.2. Abiertos en subespacios	64
1.3.3. Conjuntos cerrados	66
1.3.4. Cerrados en subespacios	68

1.4. Distancias equivalentes	69
1.5. Espacios normados	71
2. Subconjuntos destacados en la topología métrica	75
2.1. Entornos	76
2.2. Adherencia	79
2.2.1. Adherencia relativa	82
2.3. Puntos de acumulación (o límite) y puntos aislados	82
2.4. Interior de un conjunto	85
2.5. Frontera de un conjunto	87
2.6. Sucesiones	89
2.6.1. Subconjuntos densos y espacios separables	93
3. Funciones continuas	97
3.1. Aplicación continua	98
3.1.1. Continuidad global	101
3.1.2. Continuidad y subespacios	102
3.2. Homeomorfismos y embebimientos	103
3.2.1. Aplicaciones abiertas y cerradas	103
3.2.2. Homeomorfismos	104
3.2.3. Embebimientos	108
3.3. Continuidad uniforme	109
3.3.1. Isometrías	110
4. Espacios compactos	113
4.1. Compacidad	114
4.2. Subconjuntos compactos	115
4.3. Compacidad y funciones continuas	118
4.4. Compactos en \mathbb{R}	120
4.5. Compacidad secuencial	122
4.5.1. Conjuntos totalmente acotados	124
4.6. Propiedad de Bolzano-Weierstrass	126
4.7. Compactos en \mathbb{R}^n	128
4.8. Propiedad de la intersección finita	131

5. Espacios métricos completos	135
5.1. Sucesiones de Cauchy	136
5.2. Espacios métricos completos	138
5.3. Completitud y compacidad	142
5.4. Algunos resultados interesantes	144
5.5. Completado de un espacio métrico	145
6. Espacios conexos	151
6.1. Conjuntos separados	152
6.2. Espacios conexos	153
6.2.1. Subespacios conexos.	154
6.2.2. Conjuntos conexos.	156
6.3. Conexos en \mathbb{R}	158
6.4. Conexión y continuidad.	159
6.4.1. Espacios producto.	160
6.5. Componentes conexas	161
6.6. Conexión por caminos (o arcos).	162
A. Completar un Espacio Métrico	171
B. Construcción de los números reales.	175

