

Geometría y Topología

Primer control

10 de diciembre de 2008

(1) (5 puntos) Considere los siguientes subconjuntos de \mathbb{R}^2 :

- $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+1)^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 = 1\}$
- $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 < 4\}$
- $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (xy)^2 = 1\}$

- a) ¿Admiten una estructura de variedad diferenciable? En caso afirmativo, ¿de qué dimensión? Justifique brevemente las respuestas.
- b) ¿Cuáles de ellos son subvariedades de \mathbb{R}^2 ? Justifique brevemente la respuesta.

(2) (5 puntos) Considere el siguiente conjunto:

$$S = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x^2 + y^2 - z^2 + 2zt = 1, y + 2z + 3t = 0\}$$

- a) Estudie si S es una subvariedad de \mathbb{R}^4 .
- b) En caso afirmativo, determine el espacio tangente a S en el punto $p = (1,0,0,0)$ y halle una base.