



# *Geometría y Topología*

## Cuarto control 31 de mayo de 2010

**CUESTIÓN 1.** (5 puntos) Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  el recinto delimitado por el triángulo  $T$  de vértices  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  y  $(0,1)$ . Demuestra directamente el teorema de Stokes para la región  $\Omega$ , es decir, demuestra la igualdad

$$\int_{\Omega} d\omega = \int_T \omega,$$

para toda 1-forma  $\omega = adx + bdy$ .

**CUESTIÓN 2.** (5 puntos) ¿Cuál es el valor promedio de la función  $\rho : \mathbb{R}^3 - \{(0,0,a)\} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$\rho(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}}, \quad 0 < a < 1,$$

cuando  $(x,y,z)$  se mueve en la esfera unidad centrada en el origen? ¿Cómo depende el valor promedio de la constante  $a$ ?