TEMA 3
PROPIEDADES DEL ESTIMADOR MCO

S. Álvarez, A. Beyaert, M. Camacho, M. González, A. Quesada
Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa
UNIVERSIDAD DE MURCIA

Lo que estudiaremos en este tema:

UNIVERSIDAD DE **MURCIA**

1. **El valor esperado del estimador MCO**
   - 1.1 Supuestos mínimos necesarios para la insesgadez
   - 1.2 Errores de especificación e insesgadez del estimador MCO
2. **La varianza del estimador MCO y su estimación**
   - 2.1 La varianza del estimador MCO
   - 2.2 El estimador de la varianza del estimador MCO
   - 2.3 Multicolinealidad fuerte y varianzas MCO
   - 2.4 Varianzas en modelos mal especificados
3. **Optimalidad del estimador MCO**
   - 3.1 Supuestos necesarios
   - 3.2 El Teorema de Gauss-Markov
4. **Consistencia del estimador MCO**
   - 4.1 Introducción
   - 4.2 Supuestos necesarios
   - 4.3 Teorema

Bibliografía básica: Wooldridge, 2008, cap. 3 y 5

UNIVERSIDAD DE MURCIA

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

- Propiedad de insesgadez:

$$E\left(\hat{\beta}_j / x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}\right) = \beta_j,\ j = 0,1,\cdots,k$$

- $E\left(\hat{\beta}_j\right)$ es una medida de **posición** del estimador

- El estimador MCO de los coeficientes poblacionales $\beta_0, \beta_1, \cdots, \beta_k$ es **insesgado** si se cumplen **ciertos supuestos:**
  - RLM.1 Modelo lineal en los parámetros
  - RLM.2 Media nula + Exogeneidad estricta $\rightarrow \begin{cases} E(\varepsilon_i \mid x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = E(\varepsilon_i) \\ E(\varepsilon_i) = 0 \qquad \forall i = 1, \ldots, N \end{cases}$
  - RLM.3 No multicolinealidad perfecta

(“RLM”=Regresión Lineal Múltiple)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- <u>RLM.1</u> <u>Modelo lineal en los parámetros</u>

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

Supuesto bastante flexible: permite usar funciones de las variables de interés

Ejemplo:

$$\log(\text{salario}) = \beta_0 + \beta_1 \text{educ} + \beta_2 \text{exper} + \beta_3 \text{exper}^2 + \varepsilon$$

¿Cómo se interpretan los coeficientes de este ejemplo?

- RLM.2 Media nula y exogeneidad estricta

El valor esperado del error, condicionado a las explicativas, es igual al valor esperado no condicionado, y vale cero

$$\boxed{E(\varepsilon_i | x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = E(\varepsilon_i) = 0 \ \forall i = 1, \cdots, N}$$

$$\begin{cases} E(\varepsilon_i | x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = E(\varepsilon_i) \quad \forall i = 1, \cdots, N & \text{(RLM.2a)} \\ E(\varepsilon_i) = 0 \quad \forall i = 1, \cdots, N & \text{(RLM.2b)} \end{cases}$$

- ❑ (RLM.2a) $\equiv$ **exogeneidad estricta**

  $\Rightarrow$ ε_i incorrelacionado con las N observaciones de cada una de las explicativas

- ❑ (RLM.2b) $\equiv$ **media nula**

- RLM.3 No multicolinealidad exacta

  En la muestra ninguna de las variables explicativas es constante, y no existen relaciones *lineales exactas* entre las explicativas

- se refiere *sólo* a las variables explicativas en la muestra.
- No excluye cierta correlación -*no perfecta*- entre las explicativas

¿Puede cumplirse el supuesto RLM.3 en este ejemplo?

$$\log(\text{salario}) = \beta_0 + \beta_1 \text{educ} + \beta_2 \text{exper} + \beta_3 \text{exper}^2 + \varepsilon$$

- Si hay multicolinealidad exacta, **no es posible obtener el estimador MCO** porque **no está bien definido**
- ¿Por qué?

Ejemplo: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_{1i} y_i}{\sum_{i=1}^{N} r_{1i}^2}$$

donde r_{1i} = residuo de regresar x_1 sobre x_2, y un término constante

es la parte de x_1 no relacionada con x_2

pero si $x_{1i} = kx_{2i}$ (multicolinealidad exacta): $r_{1i} = 0 \, \forall i$

- En general, la multicolinealidad exacta se debe a un error del analista

- **<u>Teorema de insesgadez</u>**

  Bajo los supuestos RLM.1 a RLM.3,

$$E\left(\hat{\beta}_j / x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}\right) = \beta_j, \; j = 0, 1, \cdots, k$$

  para cualquiera de los valores del coeficiente poblacional.

- Los estimadores MCO son estimadores insesgados de los coeficientes poblacionales
- No se puede hablar de la insesgadez de una estimación, sino del estimador.

<u>Nota:</u> Todas las esperanzas y varianzas están condicionadas a los valores muestrales de las variables explicativas, pero para simplificar notación en las ecuaciones del resto del tema no aparece dicha condición, salvo cuando sea útil.

1. El valor esperado del estimador MCO
1.1 Supuestos mínimos necesarios para la insesgadez

UNIVERSIDAD DE MURCIA

Demostración: modelo de regresión simple (Wooldridge p. 54)

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$$

$$\hat{\beta}_1 \overset{\text{RLM.3}}{=} \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} \overset{\text{RLM.1}}{=} \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)\big(\beta_1 (x_{1i} - \bar{x}_1) + (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})\big)}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$$

$$= \beta_1 + \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$$

$$\Rightarrow E\left(\hat{\beta}_1 / x_{11}, \ldots, x_{1N}\right) = E\left[\beta_1 + \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} / x_{11}, \ldots, x_{1N}\right] =$$

$$= \beta_1 + \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)\overbrace{E\left[(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}) / x_{11}, \ldots, x_{1N}\right]}^{=0 \text{ (RLM.2)}}}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} = \beta_1$$

- Dos tipos frecuentes de error de especificación:

  – **Inclusión de irrelevantes:**

    una (o más) variable(s) explicativa(s) incluida(s) no tiene(n) ningún efecto sobre la variable dependiente del modelo => modelo sobreespecificado

  – **Omisión de relevantes**:

    se omite una (o más) variable(s) explicativa(s) que sí tiene(n) efecto sobre la variable dependiente del modelo => modelo subespecificado

- Tienen efectos distintos sobre la insesgadez

- Efecto de la inclusión de irrelevantes:

modelo verdadero: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$, cumple RLM.1-RLM.3

modelo planteado: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i \quad \Rightarrow \beta_2 = 0$

modelo estimado: $\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_{1i} + \tilde{\beta}_2 x_{2i}$

- Se siguen cumpliendo RLM.1-RLM.3 $\Rightarrow E\left(\tilde{\beta}_j\right) = \beta_j \quad \forall j = 0,1,2 \quad \forall \beta_j$

$$\Rightarrow \begin{cases} E\left(\tilde{\beta}_0\right) = \beta_0 \\ E\left(\tilde{\beta}_1\right) = \beta_1 \\ E\left(\tilde{\beta}_2\right) = \beta_2 = 0 \end{cases}$$

la inclusión de irrelevantes no afecta a la insesgadez

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Efecto de la omisión de relevantes:

modelo verdadero: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$, $\beta_2 \neq 0$, cumple RLM.1-RLM.3

modelo planteado: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \nu_i \Rightarrow \nu_i = \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$, puede fallar RLM.2

modelo estimado: $\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_{1i}$

- Usando el modelo *verdadero*, $E\left(\hat{\beta}_1\right) = \beta_1$

- Pero con el modelo mal especificado es muy probable que el estimador MCO esté sesgado: $E(\tilde{\beta}_1) \neq \beta_1$
- La expresión del sesgo para muestra grande es aproximadamente:

$$\boxed{\beta_2 \frac{Cov(x_1, x_2)}{V(x_1)}}$$

$\rightarrow$ Sesgo de mala especificación, función de:
- β_2
- covarianza entre x_1 y x_2 (si no es cero, falla RLM.2)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Ejemplo: salario en función del nivel de estudios y de la habilidad

Modelo verdadero: $\mathrm{sal}_i = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{ne}_i + \beta_2 \mathrm{habil}_i + \varepsilon_i$

Modelo planteado (estimado): $\tilde{\mathrm{sal}}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 \mathrm{ne}_i$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{Sesgo}\left(\tilde{\beta}_1\right) \rightarrow \beta_2 \frac{\mathrm{Cov}(\mathrm{ne}, \mathrm{habil})}{\mathrm{V}(\mathrm{ne})}$$

- Es probable que $\mathrm{Cov}(\mathrm{ne}, \mathrm{habil}) > 0$ y también $\beta_1 > 0,\ \beta_2 > 0$
- Por tanto:
  - o Sobreestimación de β_1
  - o Sobrevaloración del impacto de ne sobre sal

- No sólo es importante el signo del sesgo sino también el tamaño del mismo.

- Necesitamos una medida de la **<u>dispersión</u>** de $\hat{\beta}_j$ alrededor del valor central $E(\hat{\beta}_j)$: $V(\hat{\beta}_j)$

- $V(\hat{\beta}_j)$ depende de las características del modelo.

- Característica más simple: <u>Supuesto RLM.4: homoscedasticidad</u>

$$V(\varepsilon_i | x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \ \forall i = 1, \cdots, N$$

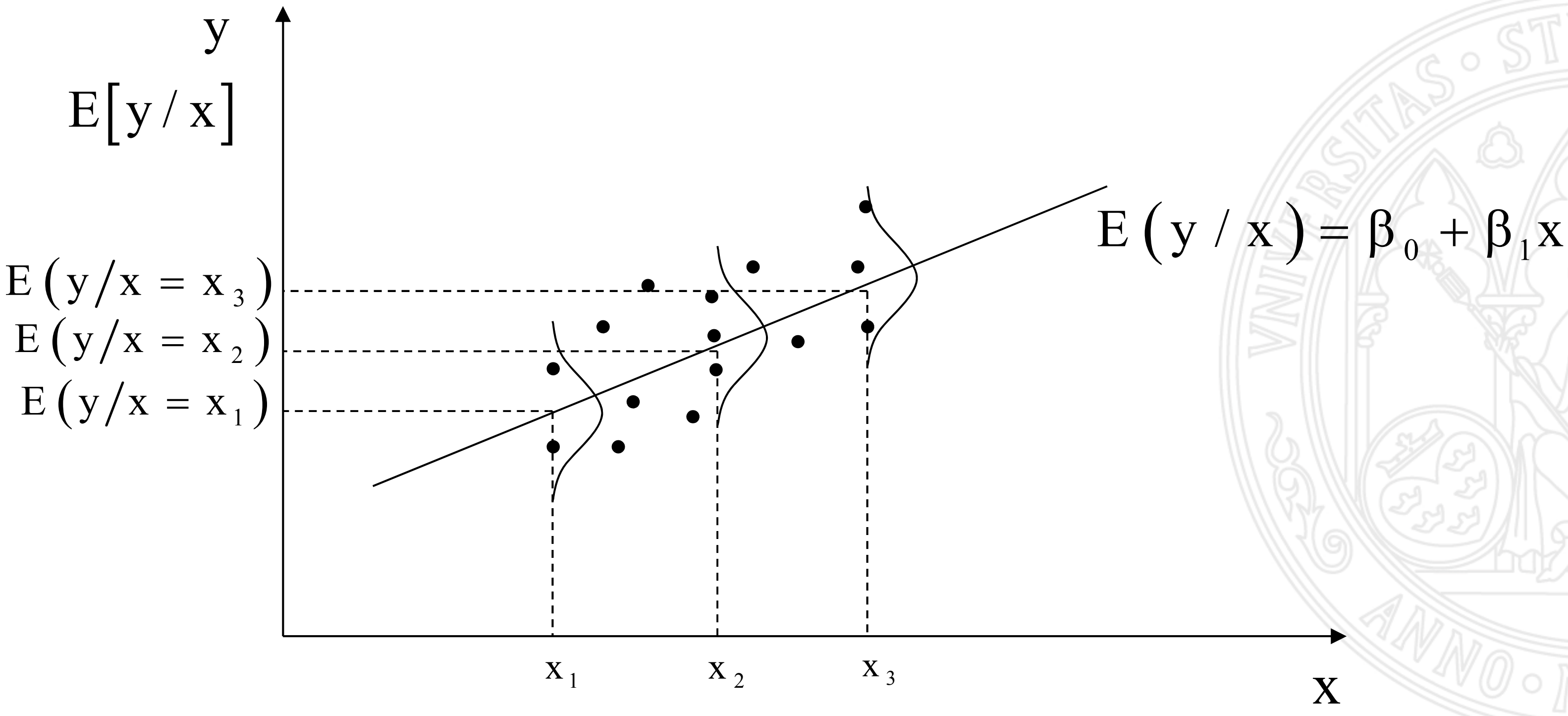
$$\Rightarrow V(y_i | x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = V(\varepsilon_i | x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = \sigma^2 \ \forall i$$

La varianza del error (y por tanto de y) es independiente de los valores de las explicativas, y además es constante.

homoscedasticidad $\equiv$ “la varianza del error es constante “

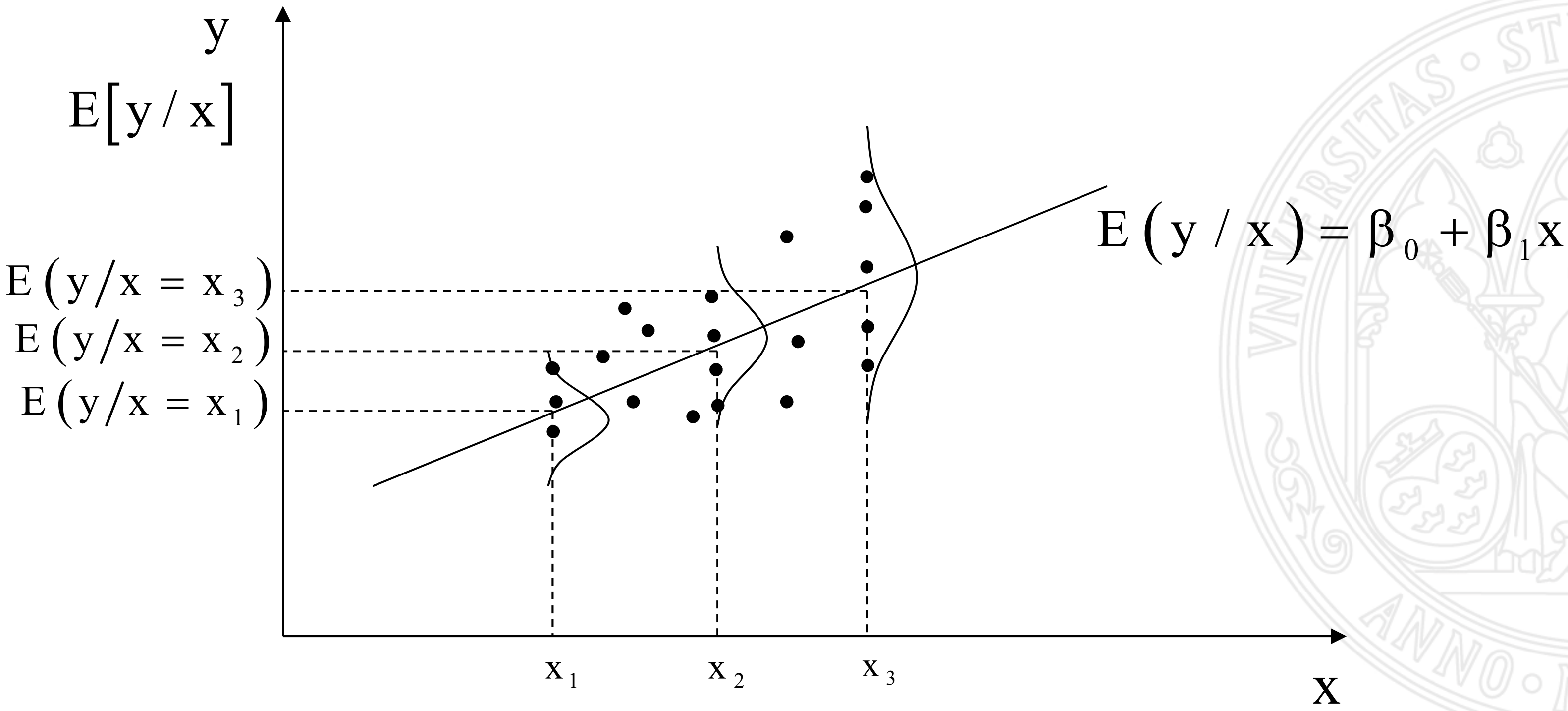
Ilustración gráfica en el modelo de regresión simple

- Homoscedasticidad:



UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Heteroscedasticidad:



UNIVERSIDAD DE MURCIA

- <u>Supuesto RLM.5: no autocorrelación</u>

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_h \,|\, x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{(k-1)N}, x_{kN}) = 0 \quad \forall i \neq h \text{ con } i,h = 1,\cdots,N$$

Condicionando a las variables explicativas, los términos de error de dos observaciones diferentes están incorrelacionados.

Si la muestra es aleatoria, los datos y el error de la observación "i" y de la observación "h" son independientes para cualquier par de observaciones "i" y "h" .

Muestreo aleatorio $\Longrightarrow$ No autocorrelación

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- **<u>Teorema de las varianzas muestrales de los estimadores MCO de los coeficientes de los regresores:</u>**

Bajo RLM.1 a RLM.5, condicionando a los valores muestrales de las variables explicativas,

$$V\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{\sigma^2}{STC_j(1-R_j^2)} \quad j = 1, 2, \cdots, k$$

$STC_j = \sum_{i=1}^{N}\left(x_{ji} - \overline{x}_j\right)^2$, proporcional a la varianza muestral de x_j

$R_j^2 =$ R-cuadrado de la regresión de x_j sobre el resto de explicativas y un término constante

Compare la expresión de la $V\left(\hat{\beta}_1\right)$ en el modelo de regresión simple con la del modelo de regresión múltiple.

UNIVERSIDAD DE MURCIA

En el **modelo de regresión simple**: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$

Bajo RLM.1 a RLM.5: $V\left(\hat{\beta}_1 / x_{11},\ldots,x_{1N}\right) = \dfrac{\sigma^2}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$

Demostración:

RLM.3 RLM.1

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1) y_i}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} = \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i)}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} = \beta_1 + \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)\varepsilon_i}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$$

$$\Rightarrow V\left(\hat{\beta}_1 / x_{11},\ldots,x_{1N}\right) = V\left(\frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)\varepsilon_i}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2} / x_{11},\ldots,x_{1N}\right) =$$

RLM.5

$$\overset{\text{RLM.5}}{=} \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 \overbrace{V\left(\varepsilon_i / x_{11},\ldots,x_{1N}\right)}^{=\sigma^2 \text{ (RLM.2 y RLM.4)}}}{\left(\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2\right)^2} = \boxed{\frac{\sigma^2}{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}}$$

UNIVERSIDAD DE MURCIA

$$V\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{\sigma^2}{STC_j(1-R_j^2)} \quad j=1,2,\cdots,k$$

Tres componentes:

- <u>varianza del error σ^2</u>: a mayor σ^2, mayor $V(\hat{\beta}_j)$

  σ^2 grande, muestra más dispersa $\Rightarrow$ estimación menos precisa de las pendientes

- <u>variación muestral de x_j</u>: a mayor STC_j, menor $V(\hat{\beta}_j)$

  x_j varía mucho $\Rightarrow$ más fácil capturar con precisión el efecto ceteris paribus de sus variaciones sobre y

- <u>relación de x_j con las demás explicativas</u>: a menor R_j^2, menor $V(\hat{\beta}_j)$

  x_j muy relacionado con el resto de explicativas $\Rightarrow$ más difícil capturar con precisión el efecto ceteris paribus de sus variaciones sobre y

2. La varianza del estimador MCO y su estimación
2. 2 El estimador de la varianza del estimador MCO

UNIVERSIDAD DE MURCIA

$$V(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{\boxed{STC_j(1-R_j^2)}}$$

desconocido

calculable

- Necesitamos un estimador insesgado de $\sigma^2 = E(\varepsilon_i^2)$
- Bajo RLM.1 - RLM.5 (demostración: Wooldridge p.62 para modelo de regresión simple)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} e_i^2}{N-K} \quad \text{con } E\left(s^2\right) = \sigma^2$$

estimador insesgado de $V(\hat{\beta}_j)$: $\boxed{\hat{V}(\hat{\beta}_j) = \frac{s^2}{STC_j(1-R_j^2)}}$

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- **Multicolinealidad fuerte** (o multicolinealidad)

  existe una correlación alta (no exacta) entre dos o más variables explicativas

- No viola ninguno de los supuestos RLM.1 a RLM.5 ☺

- Pero genera valores altos de varios R_j^2 => varias $V(\hat{\beta}_j)$ (muy) altas

➡ fuente de **(mucha) imprecisión en las estimaciones** ☹

- ¿cómo detectarla? ¿soluciones posibles?

- **Para detectarla:**
  - Si es entre 2 variables explicativas
    - Coeficiente de correlación lineal entre ellas
    - Diagrama de dispersión de esas dos variables
  - Si es entre más de dos variables explicativas
    - los R_j^2 j=1,2,…k
- **Para solucionarla:**
  - Recoger más datos (aumentar N)
  - Si no es posible, reducirla eliminando alguna variable menos relevante (problema: ¿cuál es “menos relevante”? ¿reducimos multicolinealidad y dispersión a costa de introducir sesgo? (Ver tema 4)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Inclusión de irrelevantes:

modelo verdadero: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$, cumple RLM.1-RLM.5

modelo planteado: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i \quad \Rightarrow \beta_2 = 0$ pero no lo sabemos

modelo estimado: $\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_{1i} + \tilde{\beta}_2 x_{2i}$

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{STC_1} \text{ en mod. verdadero} \Rightarrow \hat{V}(\hat{\beta}_1) = \frac{s^2}{STC_1}$$

pero $V(\tilde{\beta}_1) = \dfrac{\sigma^2}{STC_1(1-R_1^2)}$ en mod. estimado $\Rightarrow \hat{V}(\tilde{\beta}_1) = \dfrac{s^2}{STC_1(1-R_1^2)}$

- las varianzas aumentan
- se pierde precisión en la estimación

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Omisión de relevantes:

modelo verdadero: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i \ , \beta_2 \neq 0,$ cumple RLM.1-RLM.5

modelo planteado: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \nu_i \quad \Rightarrow \ \nu_i = \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$ pero se ignora

modelo estimado: $\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_{1i}$

$$\hat{V}(\hat{\beta}_1) = \frac{s^2}{STC_1(1 - R_1^2)}$$

pero $$\hat{V}(\tilde{\beta}_1) = \frac{s_\nu^2}{STC_1}$$

➡ las varianzas **estimadas** podrían reducirse

➡ mayor precisión **aparente** en la estimación $\Rightarrow$ Engañoso

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Hasta ahora, hemos visto:
  - RLM.1-RLM.3: necesarios para la insesgadez de MCO
  - RLM.1-RLM.5: necesarios para la fórmula de $V(\hat{\beta}_j)$
- RLM.1-RLM.5 = "supuestos de Gauss-Markov"
- Garantizan la **optimalidad** del estimador MCO.

  Recordemos: "estimador óptimo" $\equiv$ estimador de mínima varianza dentro de una clase concreta

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- **Teorema de Gauss-Markov**:

  Bajo los supuestos RLM.1-RLM.5, $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \cdots, \hat{\beta}_k$ son los **estimadores lineales insesgados óptimos** (**ELIO**) de $\beta_0, \beta_1, \cdots, \beta_k$, respectivamente.

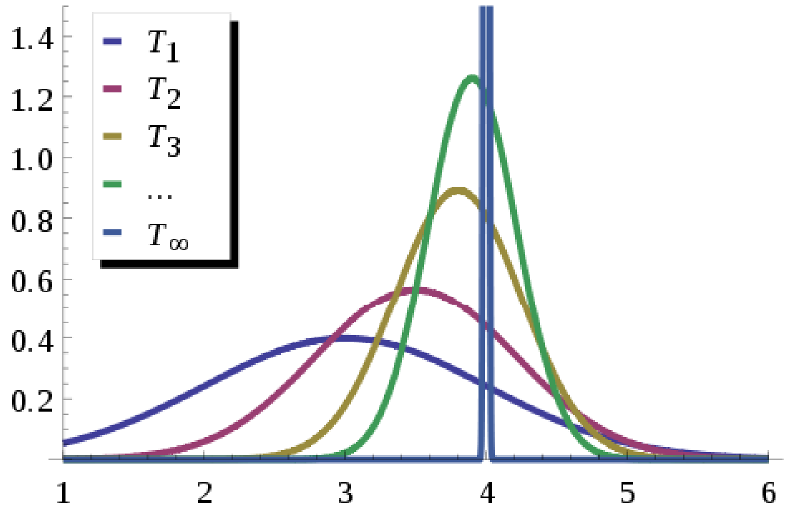
- Interpretación:

  - RLM.1-RLM.5 garantizan que el MCO es el estimador de mínima varianza (más preciso) de entre todos los estimadores lineales e insesgados.
  - Si falla un supuesto de RLM.1 a RLM.3 (p.ej. RLM.2 que suele fallar), deja de ser insesgado.
  - Si sólo fallan RLM.4 o RLM.5, existen otros estimadores más precisos (ver Tema 6 para RLM.4)

UNIVERSIDAD DE **MURCIA**

- No siempre se cumplen RLM.1-RLM.3 que aseguran insesgadez del MCO (*propiedad de muestra finita*)

- Pero un estimador debe ser por lo menos **consistente:** a mayor tamaño muestral, menos probabilidad de que el estimador se aleje del valor poblacional (*propiedad asintótica*)



Tamaño muestral : $T_1 < T_2 < \ldots < T_\infty$

Valor poblacional: 4

- Bajo RLM.1, RLM.2 y RLM.3, MCO es insesgado y **consistente**:

$$E(\hat{\beta}_j) = \beta_j \quad \text{y también} \quad \underset{N\to\infty}{\text{plim}}(\hat{\beta}_j) = \beta_j$$

(dem. Consistencia Wooldridge p. 183)

- Puede fallar exogeneidad estricta => RLM.2 no se cumple, y **MCO está sesgado.**

- Pero la **consistencia sólo requiere**

$$E(\varepsilon_i | x_{1i}, x_{2i}, \cdots, x_{ki}) = E(\varepsilon_i) = 0$$

- ⇒ podemos garantizar por lo menos la consistencia con supuestos menos exigentes que los de insesgadez

- **RLM.2'**: **"media nula y exogeneidad débil"**

$$\begin{cases} E(\varepsilon_i | x_{1i'}, x_{2i}, \cdots, x_{ki}) = E(\varepsilon_i) & \forall i = 1, \cdots, i, \cdots, N \qquad (RLM.2a') \\ E(\varepsilon_i) = 0 & i = 1, \cdots, N \qquad (RLM.2b) \end{cases}$$

RLM.2a' : exogeneidad débil

- **exogeneidad débil** :

$$E(\varepsilon_i | x_{1i}, x_{2i}, \cdots, x_{ki}) = E(\varepsilon_i) \ \forall i \text{ con } i = 1, \cdots, N$$

$\Rightarrow$ ε_i incorrelacionado con la observación i-ésima de cada una de las explicativas

- Con muestreo aleatorio, exogeneidad débil $\Rightarrow$ exogeneidad estricta

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- **<u>Teorema de consistencia del estimador MCO:</u>**

  Bajo los supuestos RLM.1, RLM.2' y RLM.3,

$$\underset{N\to\infty}{p\lim}(\hat{\beta}_j) = \beta_j$$

- No hace falta RLM.2, porque no hace falta exogeneidad estricta, **la exogeneidad débil basta**
- La validez práctica de este resultado requiere un **tamaño muestral grande**
- **<u>Importante</u>**: con sólo exogeneidad débil y sin exogeneidad estricta:
  - ➢ el estimador MCO está sesgado y deja de ser ELIO
  - ➢ las **fórmulas de las varianzas** utilizadas hasta ahora sirven **sólo en muestras suficientemente grandes** (siempre y cuando se cumplan RLM.4 y RLM.5)

Lo que hemos aprendido:

UNIVERSIDAD DE MURCIA

1. Propiedades de muestra finita del MCO:

- Supuestos mínimos que garantizan la insesgadez del MCO

  Linealidad en los parámeros, exogeneidad estricta y media nula, no multicolinealidad exacta.

- Efectos de la mala especificación sobre la insegadez:
  - *Incluir una irrelevante no sesga la estimación MCO*
  - *Omitir una relevante sesga la estimación, y el sesgo es mayor cuanto más relacionada esté la omitida con las incluidas*

Lo que hemos aprendido:

UNIVERSIDAD DE MURCIA

- Varianza del estimador MCO, bajo homoscedasticidad, no autocorrelación y los supuestos de insesgadez
- Cómo estimar esta varianza
- Cómo afecta la multicolinealidad fuerte a la precisión de las estimaciones
- Cómo la inclusión de irrelevantes y la omisión de relevantes afectan a la precisión de la estimación
- Los supuestos para que MCO sea óptimo (ELIO)

2. Propiedad asintótica del MCO:

- Uno supuesto menos exigente para que MCO sea al menos consistente: *exogeneidad débil*