Félix C. Gómez de León
Antonio González Carpena

TEMA 2. FUNDAMENTOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES.

Curso de Resistencia de Materiales y cálculo de estructuras.

OPEN COURSEWARE
UNIVERSIDAD DE MURCIA

Índice.

- Condiciones de equilibrio estático.
- El método general de la estática.
  1. Diagrama de sólido libre.
  2. Plantear las ecuaciones de la estática.
  3. Resolver las ecuaciones de la estática.
- Apoyos.
- Momentos y cortantes.
  - Viga simplemente apoyada.
  - Viga en voladizo.

Condiciones de Equilibrio Estático.

- La resultante de todas las fuerzas (acciones y reacciones) que actúan sobre un sólido es igual a cero.

$$\sum F_h = 0$$

$$\sum F_v = 0$$

- El momento resultante de todas las fuerzas (acciones y reacciones) respecto a cualquier punto es igual a cero.

$$\sum M = 0$$

MÉTODO GENERAL ESTÁTICA

- Para resolver un problema de equilibrio del sólido rígido según el método general de la estática es necesario tener en cuenta tres etapas sucesivas
  1. Representar gráficamente el diagrama de sólido libre.
  2. Plantear las ecuaciones de la estática.
  3. Resolver las ecuaciones de la estática.

MÉTODO GENERAL ESTÁTICA.
1. Diagrama de sólido libre.

- **Consiste en dibujar sobre el contorno del sólido el conjunto de las fuerzas y pares que actúan sobre él. Es conveniente proceder con orden, representando gráficamente:**
  a. **el peso**
  b. **las fuerzas y pares directamente aplicados**
  c. **las fuerzas y pares de reacción**
- **En el diagrama de sólido libre no deben dibujarse los otros sistemas que constituyen las ligaduras indicadas. Su efecto sobre el sólido queda representado por las reacciones**

MÉTODO GENERAL ESTÁTICA.
2. Plantear las ecuaciones.

- **Consiste en incluir, en las ecuaciones de equilibrio, todas las fuerzas y pares aplicados sobre el sólido y representados en el diagrama de sólido libre.**
- **En un sistema cartesiano de ejes, la ecuación proporciona, como máximo tres ecuaciones escalares.**
- **La ecuación de momentos, Solamente se puede aplicar a un punto y proporciona, como máximo otras tres ecuaciones escalares.**

MÉTODO GENERAL ESTÁTICA.
3. Resolver las ecuaciones

- Las ecuaciones de la estática equivalen, en el caso más general, a seis ecuaciones escalares para cada sólido rígido en equilibrio y no permiten, por lo tanto, resolver más de seis incógnitas escalares. Si el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones independientes el problema está resuelto (sistema isostático), pero si es mayor no tiene solución por el método indicado y decimos que es un problema estáticamente indeterminado (sistema hiperestático).
- En ocasiones, aunque un problema sea estáticamente indeterminado, su situación límite no lo es ya que nos proporciona una nueva condición. Por ejemplo:
  - Un apoyo con rozamiento: la ecuación adicional es el valor límite de la fuerza de rozamiento.
  - La condición límite de vuelco para un sólido que apoye mediante una cierta área de contacto.
  - La tensión máxima que puede soportar un hilo que sujeta al sólido.

MÉTODO GENERAL ESTÁTICA.
Equilibrio del sólido rígido en un plano.

- Si todas las fuerzas aplicadas sobre el sólido están contenidas en el mismo plano y todos los momentos tienen dirección perpendicular a dicho plano, el diagrama de sólido libre es bidimensional y las ecuaciones de la estática equivalen a tres ecuaciones escalares.
- Este supuesto permite resolver un máximo de tres incógnitas escalares si no se imponen condiciones adicionales que puedan ser plasmadas en ecuaciones.

APOYOS.

- Apoyo de un primas mecánico es todo dispositivo material que impida total o parcialmente el libre movimiento de una sección del mismo.
- A cada grado de libertad impedido por el apoyo corresponde una componente de reacción.
- Los apoyos comúnmente utilizados en mecánica aplicada se suelen modelizar y sustituir por fuerzas y pares de reacción de interpretación simple. En las figuras que siguen se representan algunos de los casos más habituales.

APOYOS.

Reacciones en un apoyo articulado fijo.

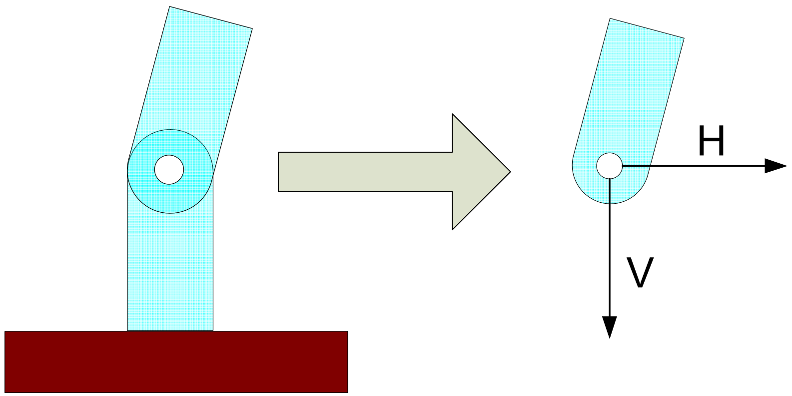
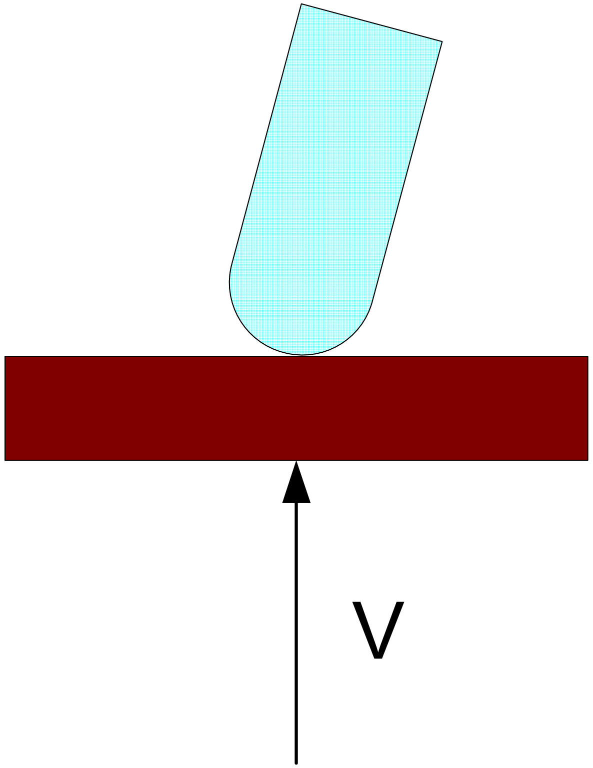


Foto: Apoyo articulado puente nuevo de Murcia

APOYOS.

Reacciones en un apoyo articulado móvil.



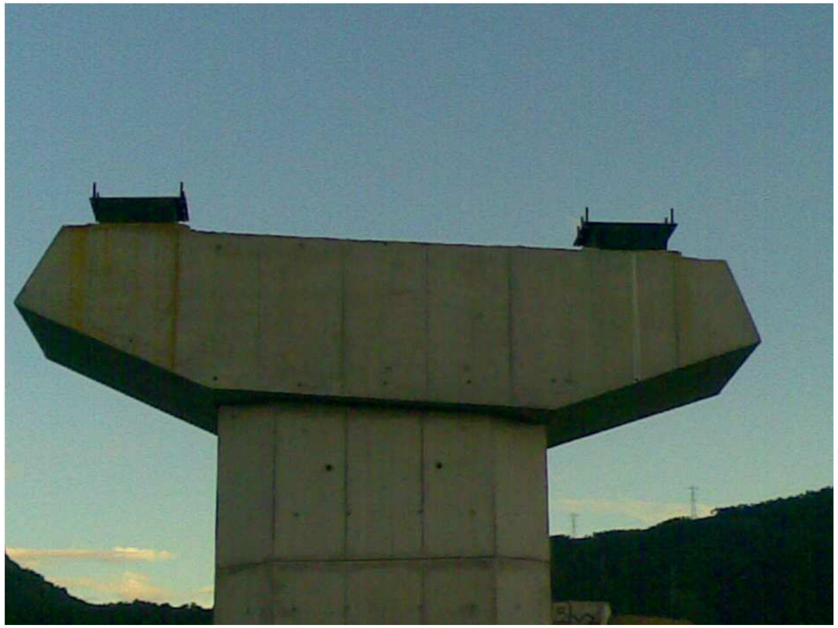
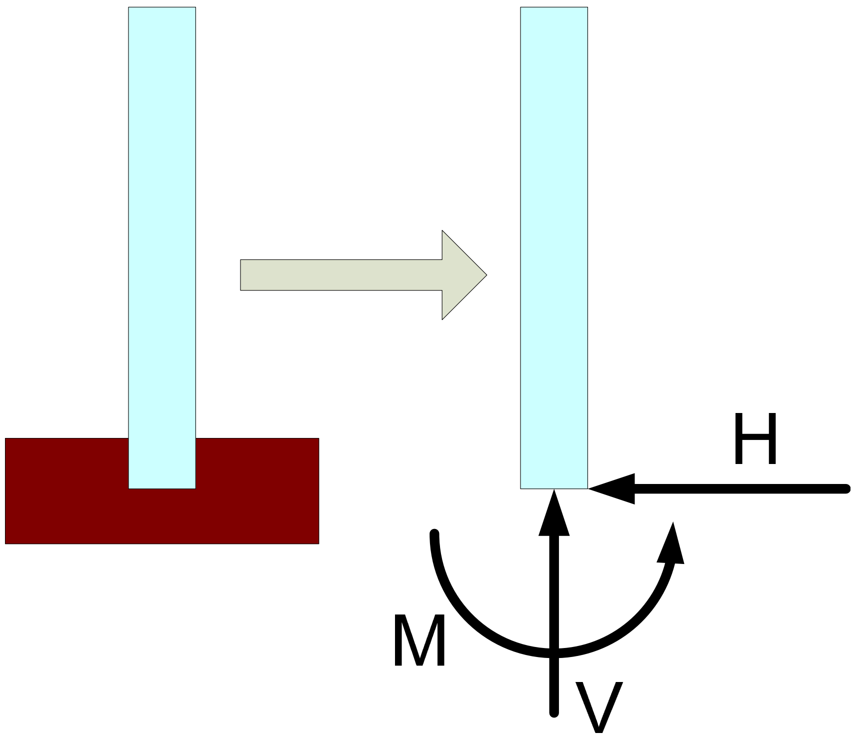


Foto: Apoyo elastomérico viaducto costera norte de Murcia

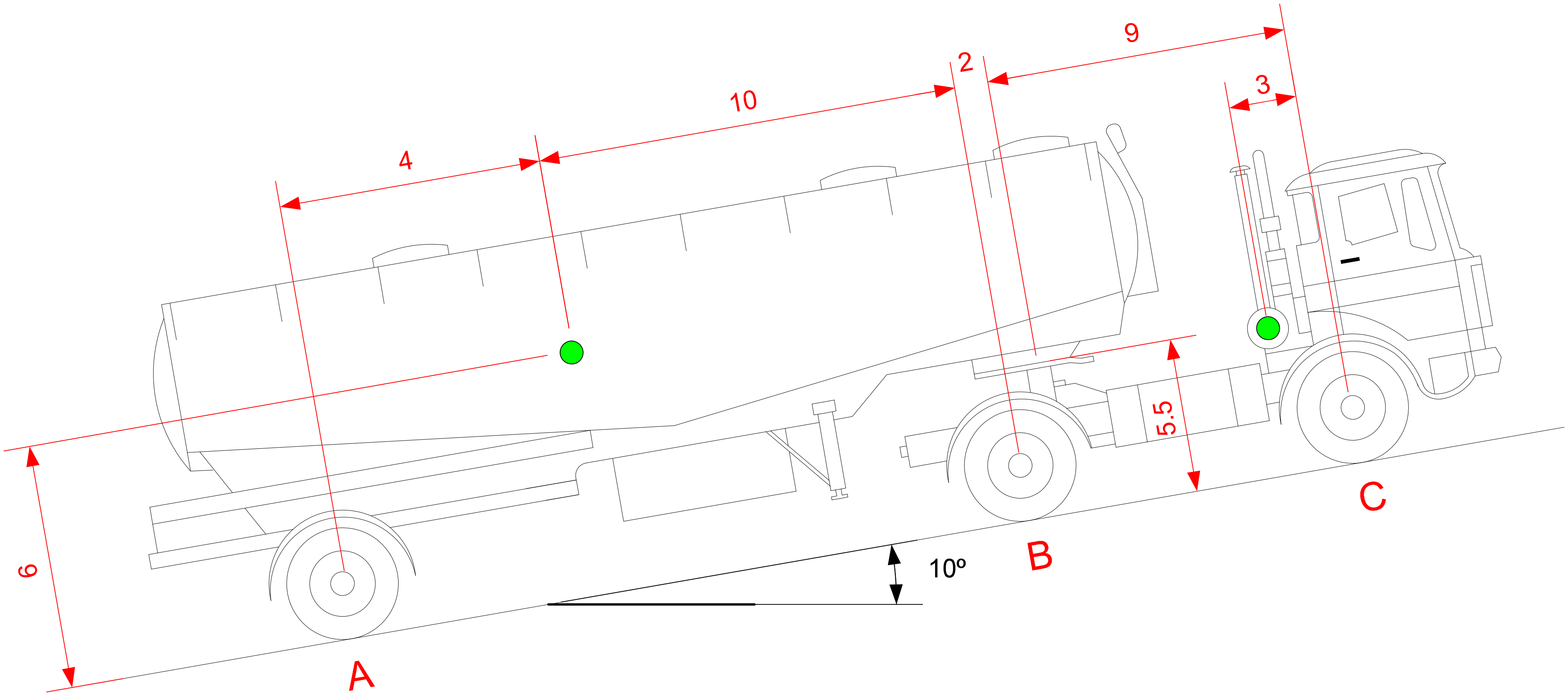
APOYOS.

Reacciones en un empotramiento.

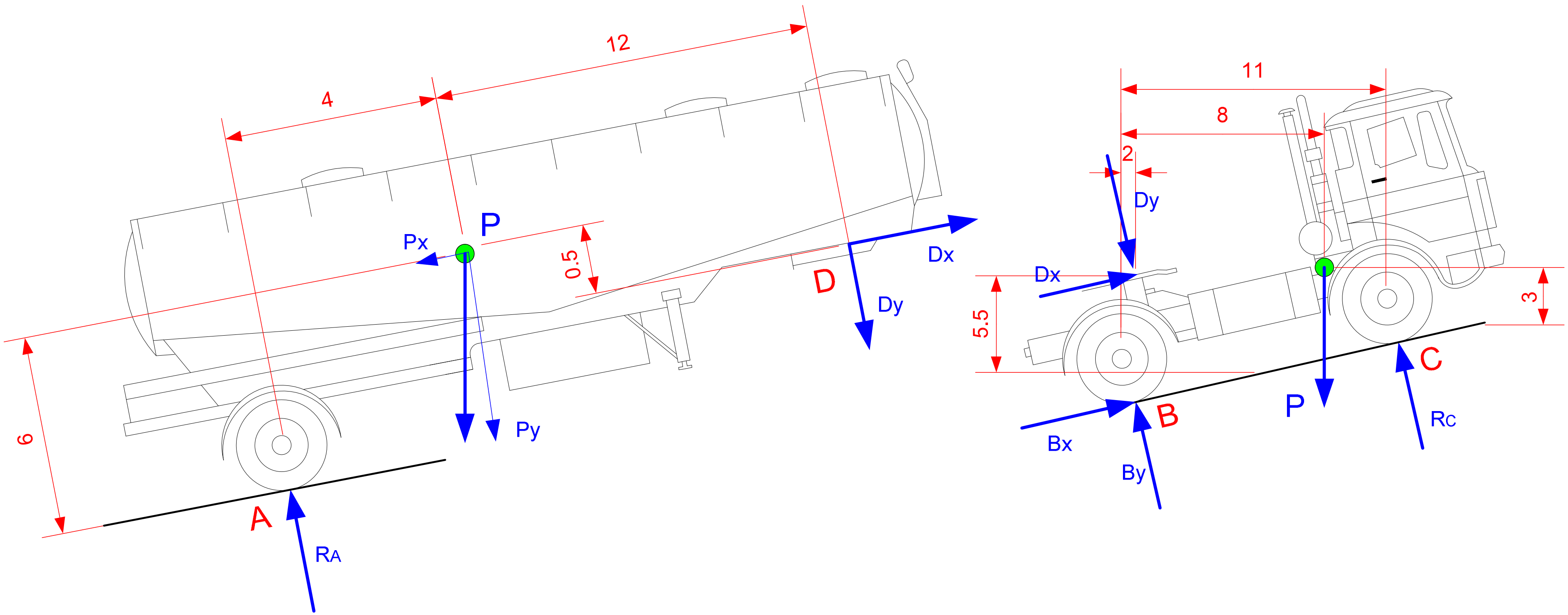


Problema 2.1

- El camión de la figura está estacionado en una pendiente de 10º. Sus frenos impiden que las ruedas en B giren, pero las ruedas A y C pueden girar libremente. La conexión D actúa como un apoyo articulado fijo. Determinar los esfuerzos en B, C y D



Problema 2.1

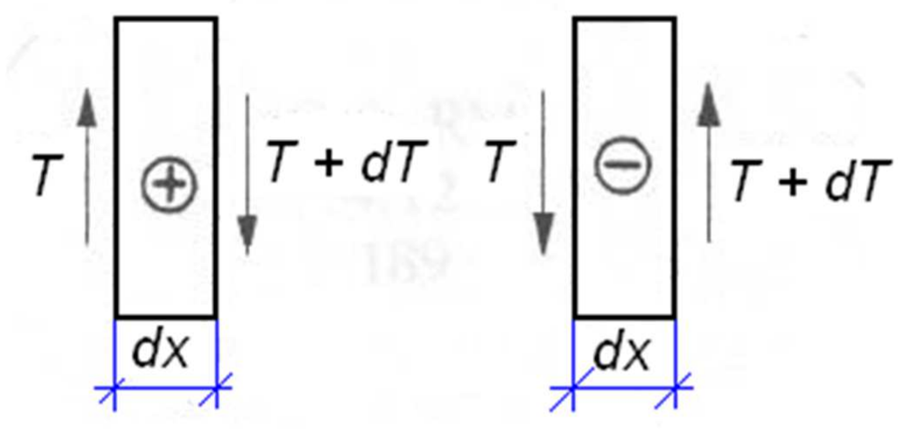


Momentos y cortantes.

- La fuerza cortante y el momento flector son dos acciones de las cargas externas sobre una estructura que necesitan ser entendidas para estudiar las fuerzas internas.
- La fuerza cortante se define como la suma algebraica de las fuerzas externas perpendiculares al eje de la viga situadas o bien a la izquierda o bien a la derecha de la sección considerada.
- El momento flector es la suma algebraica de los momentos de todas las fuerzas externas a la derecha o a la izquierda de una sección particular.

Momentos y cortantes.
Convenio de signos.

- Esfuerzos cortantes: Si la resultante de las fuerzas verticales situadas a la izquierda de la sección está dirigida hacia arriba, diremos que el esfuerzo cortante es positivo, siendo negativo en caso contrario.
- Momentos flectores: diremos que el momento flector es positivo cuando las fibras comprimidas estén situadas por encima de la neutra y negativo cuando esté situadas por debajo.



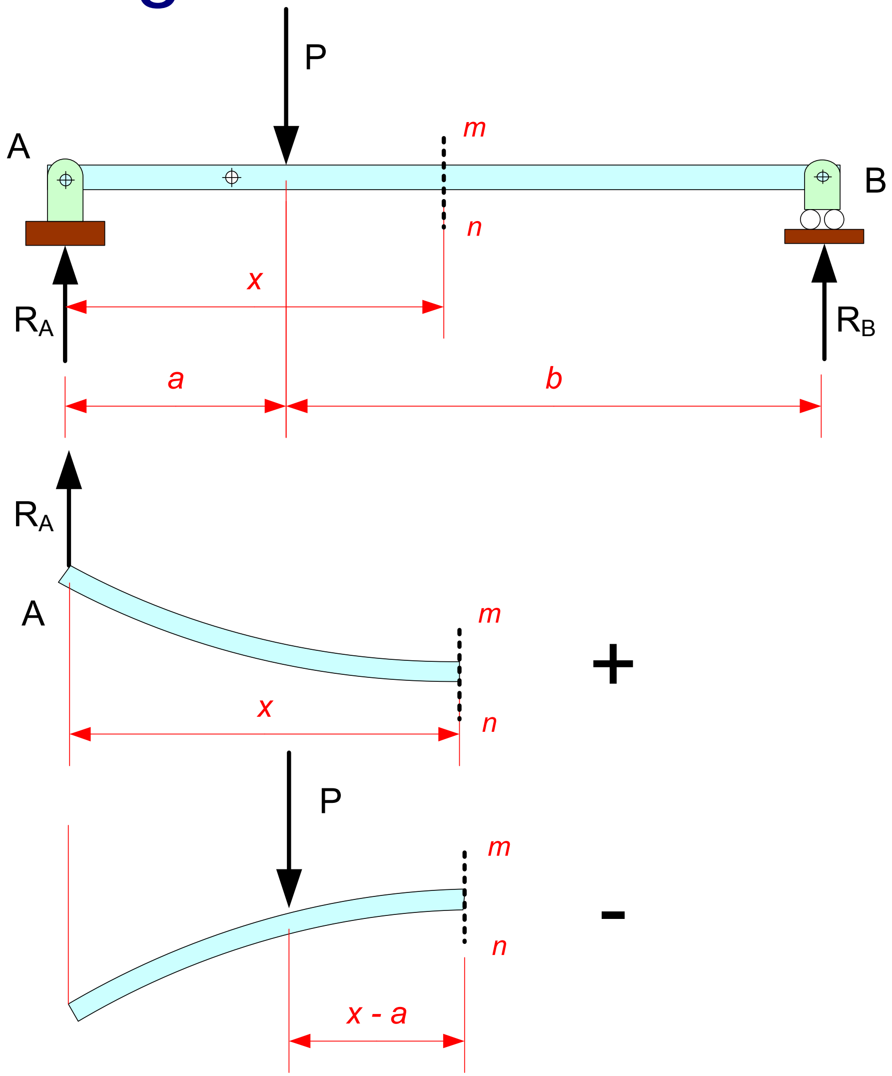
Momentos y cortantes.

Convenio de signos.

- Aplicaremos este criterio siempre tendiendo en cuenta que el momento engendrado por cada fuerza tendrá el signo que le corresponde según el tipo de deformación que dicha fuerza produciría prescindiendo de las demás.
- Así, en una viga apoyada en sus extremos A y B, tal como la indicada en la figura siguiente, el momento y el cortante en una sección mn a distancia x de A, considerando las fuerzas situadas a su izquierda, será

$$M_i(x) = R_{Ax} - P(x - a)$$

$$T_i(x) = R_A - P$$



Momentos y cortantes. Viga simplemente apoyada. Carga centrada y concentrada.

- Reacciones:

$$\sum M_A = 0; \quad +R_B l - P\frac{l}{2} = 0; \quad R_B = \frac{P}{2}$$

$$\sum F_V = 0; \quad R_A + R_B - P = 0; \quad R_A = \frac{P}{2}$$

- Ley de Cortantes:

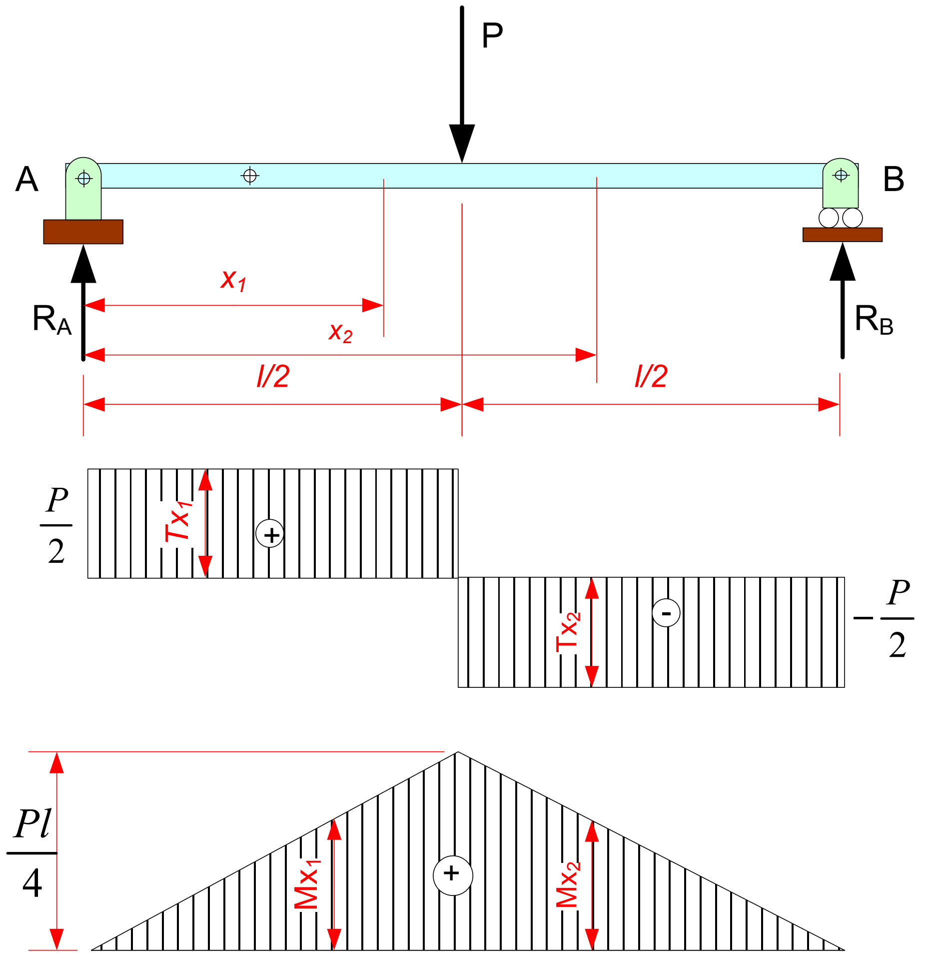
$$T_{x_1} = R_A = \frac{P}{2}; \quad para \ 0 \leq x \leq \frac{l}{2}$$

$$T_{x_2} = R_A - P = -R_B; \quad para \ \frac{l}{2} \leq x \leq l$$

- Ley de Momentos:

$$M_{x_1} = R_A x = \frac{P}{2}x; \quad para \ 0 \leq x \leq \frac{l}{2}$$

$$M_{x_2} = R_A x - P\left(x - \frac{l}{2}\right); \quad para \ \frac{l}{2} \leq x \leq l$$

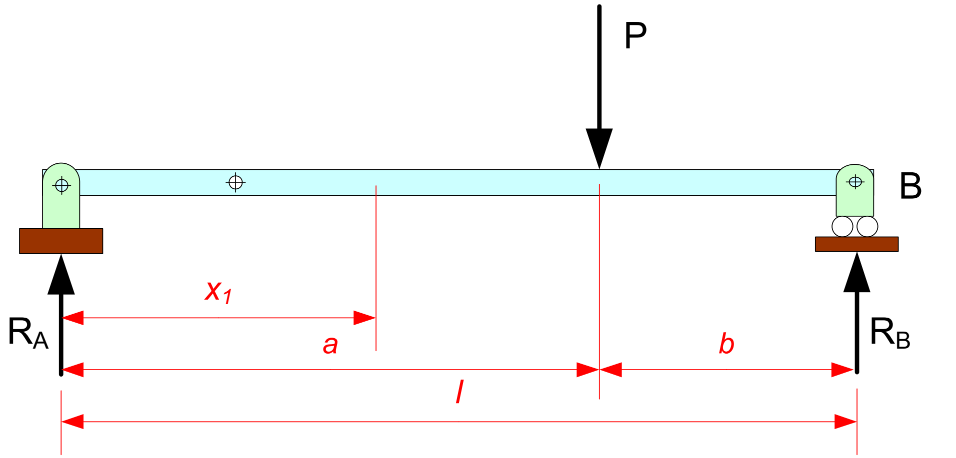


Momentos y cortantes. Viga simplemente apoyada. Carga descentrada y concentrada.

- Reacciones:

$$\sum M_A = 0; \ \ +R_B l - P\,a = 0; \ \ R_B = \frac{Pa}{l}$$

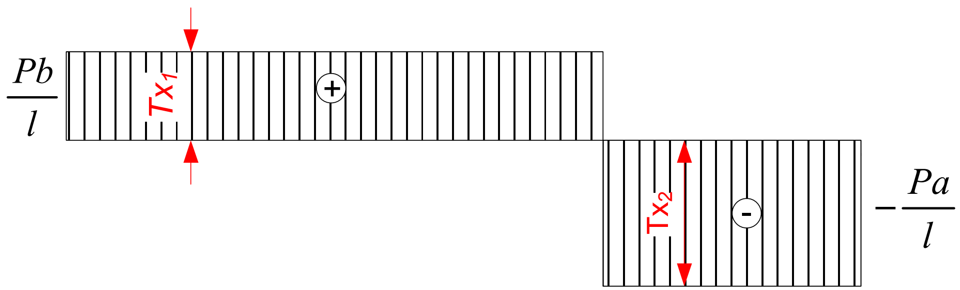
$$\sum F_V = 0; \ \ R_A + R_B - P = 0; \ \ R_A = \frac{Pb}{l}$$



- Ley de Cortantes:

$$T_{x_1} = R_A = \frac{Pb}{l}; \ \ para \ \ 0 \leq x \leq a$$

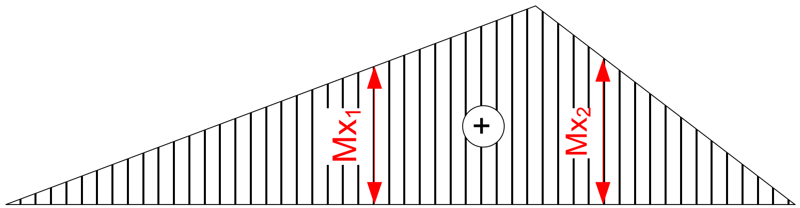
$$T_{x_2} = R_A - P = -R_B; \ \ para \ \ a \leq x \leq l$$



- Ley de Momentos:

$$M_{x_1} = R_A x = \frac{Pb}{l} x; \ \ para \ \ 0 \leq x \leq a$$

$$M_{x_2} = R_A x - P(x-a); \ \ para \ \ a \leq x \leq l$$



Momentos y cortantes. Viga simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida.

- Reacciones:

$$\sum M_A = 0;\ \ +R_B l - \frac{pl}{2}\frac{l}{2} = 0;\ R_B = \frac{pl}{2}$$

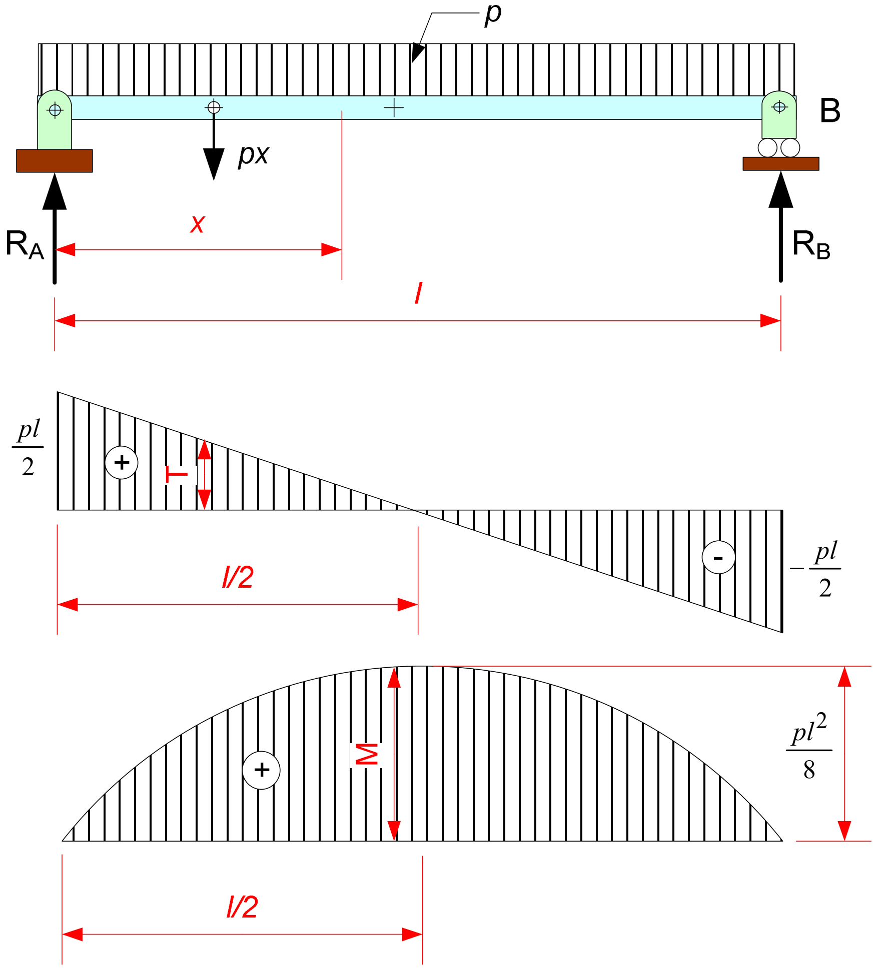
$$\sum F_V = 0;\ R_A + R_B - pl = 0;\ R_A = \frac{pl}{2}$$

- Ley de Cortantes:

$$T_x = R_A - px = \frac{p(l-2x)}{2}$$

- Ley de Momentos:

$$M_x = R_A x - px\frac{x}{2} = \frac{px(l-x)}{2}$$



Momentos y cortantes. Viga simplemente apoyada. Carga triangular.

- Reacciones:

$$\sum M_A = 0; \quad +R_B l - \underbrace{\frac{p_{max} l}{2}}_{P}\frac{2l}{3} = 0; \quad R_B = \frac{2P}{3}$$

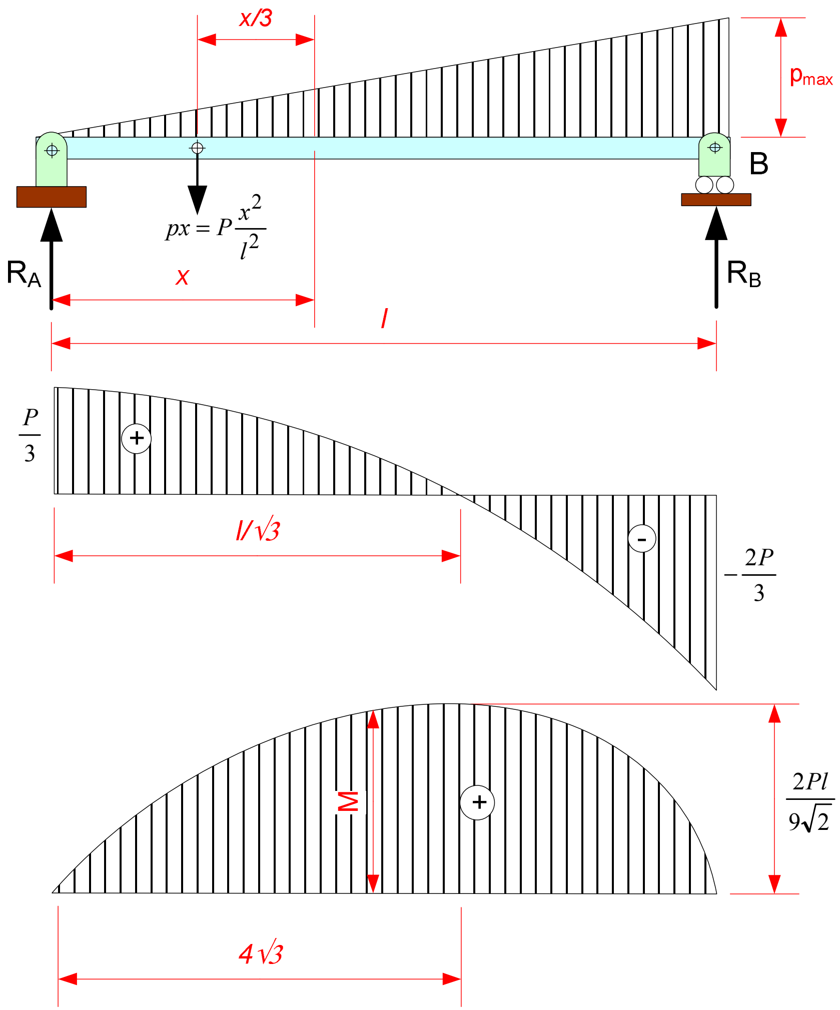
$$\sum F_V = 0; \quad R_A + R_B - \frac{p_{max} l}{2} = 0; \quad R_A = \frac{P}{3}$$

- Ley de Cortantes:

$$T_x = R_A - P\frac{x^2}{l^2} = \frac{P}{3} - \frac{Px^2}{l^2}$$

- Ley de Momentos:

$$M_x = R_A x - P\frac{x^2}{l^2}\frac{x}{3} = \frac{Px}{3} - \frac{Px^3}{3l^2}$$



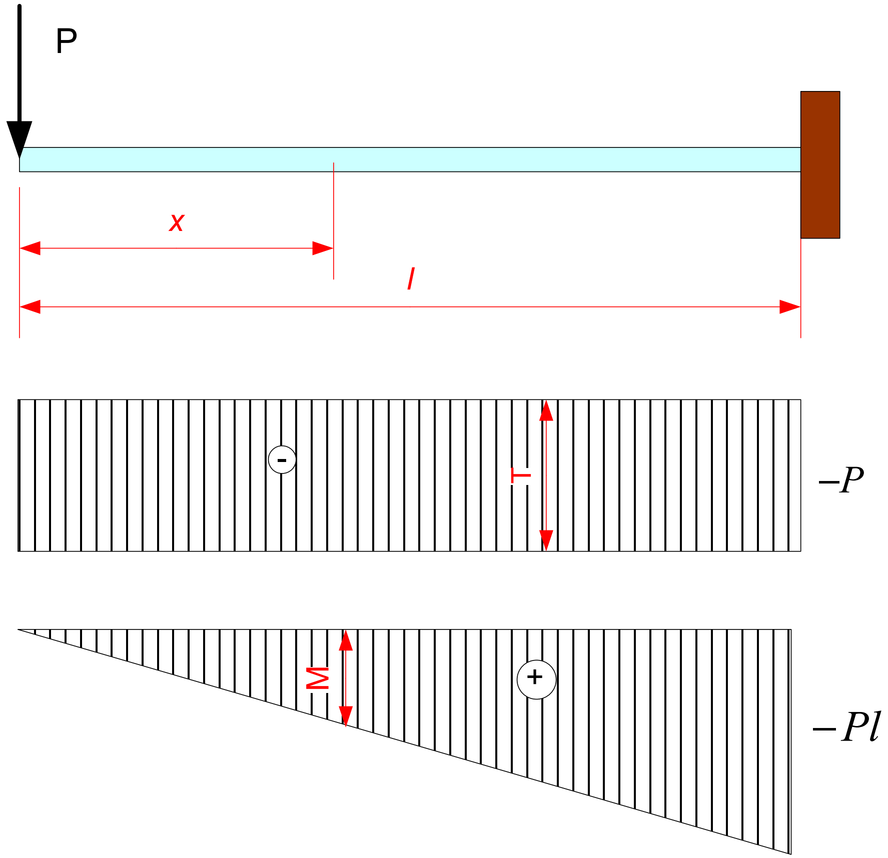
Momentos y cortantes. Viga empotrada. Carga concentrada.

- Ley de Cortantes:

$$T_x = -P; \quad para\ 0 \le x < l$$

- Ley de Momentos:

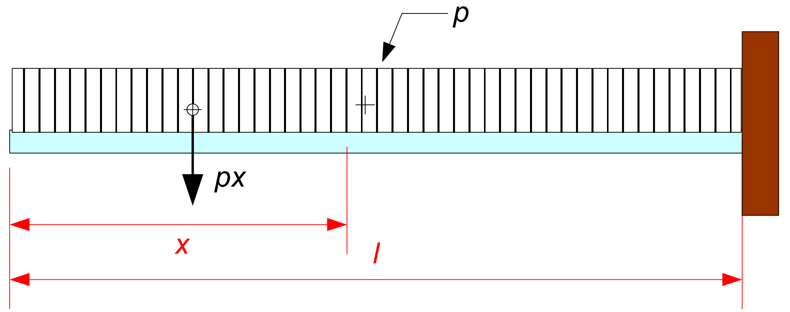
$$M_x = -Px; \quad para\ 0 \le x < l$$



Momentos y cortantes. Viga empotrada. Carga uniformemente distribuida.

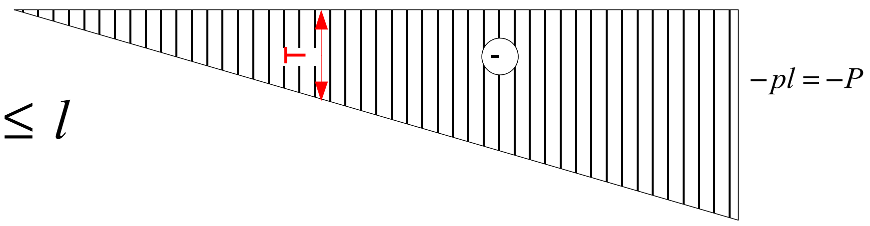
- Ley de Cortantes:

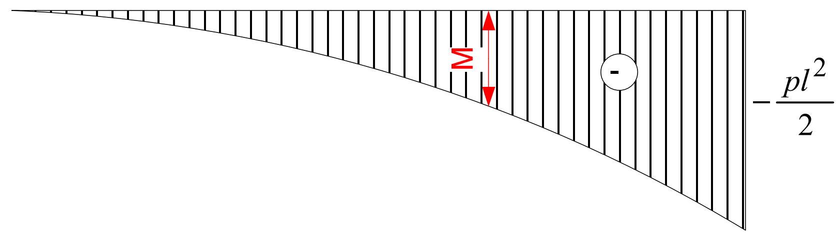
$$T = -px; \quad para\ 0 \leq x < l$$



- Ley de Momentos:

$$M = -p\,x\frac{x}{2} = -\frac{p\,x^2}{2}, \quad para\ 0 \leq x \leq l$$





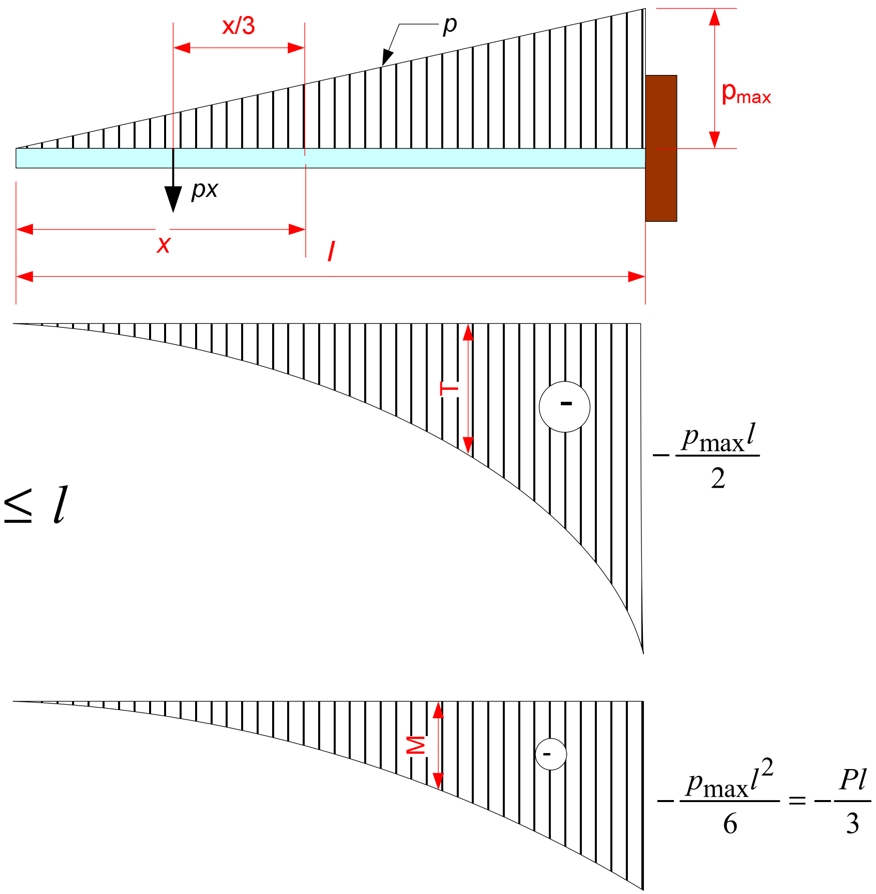
Momentos y cortantes. Viga empotrada. Carga triangular.

- Ley de Cortantes:

$$T = -P\frac{x^2}{l^2};\quad para\ 0 \leq x < l$$

- Ley de Momentos:

$$M = -P\frac{x^2}{l^2}\frac{x}{3} = -\frac{P x^3}{3l^2},\quad para\ 0 \leq x \leq l$$



Problema 2.2.

- Dibujar los diagramas de fuerza cortante y momento flector para la viga y las condiciones mostradas en la figura y determinar la ubicación y magnitud del momento flector máximo