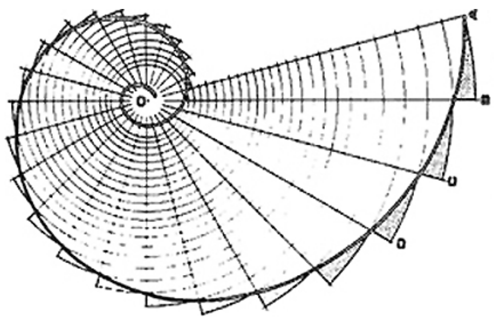
III

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

de la Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, 7-11 Septiembre, 2015



SESIÓN

ECUACIONES DIFERENCIALES Y SISTEMAS DINÁMICOS

Financiado por:

Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia, 19625/OC/14, con cargo al Programa "Jiménez de la Espada de Movilidad, Cooperación e Internacionalización"; plan propio de investigación de la Universidad de Murcia; Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena.

f SéNeCa(+)

CENTUM CIEN AÑOS DE LA UNIVERSIDAD DE MURCIA 1915 | 2015

Dinámicas caóticas no autónomas generadas por sucesiones de funciones. Los casos de la función de Hénon y de Lozi

Francisco Balibrea-Iniesta[1], **Carlos Lopesino**[1]

En esta presentación exploramos conceptos de la teoría del caos matemático en el contexto de sistemas dinámicos con dependencia temporal general. Para ello estudiaremos dinámicas que vienen generadas por sucesiones infinitas de funciones. En concreto estudiamos dos ejemplos de sucesiones de funciones cuyas expresiones se basan en las ya conocidas funciones de Hénon y de Lozi (1,3),

$$\begin{array}{rccc} H : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \longmapsto & (A+By-x^2,x) \end{array} \quad , \quad \begin{array}{rccc} L : & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \longmapsto & (1+y+a|x|,bx) \end{array}$$

De forma análoga al caso autónomo, hacemos uso de las condiciones de Conley-Moser en su versión no autónoma (2,4,5). Estas condiciones permiten probar la existencia de dinámicas caóticas. En efecto, para cualquier sistema

$$\dot{x} = g(x) \quad \text{autónomo,} \quad \text{o incluso no autónomo} \quad \dot{x} = g(x,t) \quad \text{con periodo } T > 0,$$

sus dinámicas pueden estudiarse mediante la iteración de una única función $f(x)$, que representara la evolución de las partículas en el plano tras un periodo de tiempo $T > 0$. En el caso de un sistema no autónomo y aperiódico, dichas dinámicas vendrían determinadas mediante una sucesión de funciones (4).

La innovación que presenta este trabajo no es sólo introducir dos ejemplos concretos de sucesiones de funciones (aperiódicas y por tanto no autónomas) para los que se prueba la existencia de conjuntos caóticos, sino también exponer una generalización de la tercera condición de Conley-Moser para el caso no autónomo (1).

Referencias

[1] Balibrea-Iniesta, F., Lopesino, C., Mancho A., Wiggins S.: A non-autonomous version of the Hénon map as an example of sequence presenting chaotic dynamics (preprint), (2015).

[2] Devaney, R. L., Nitecki, Z.: Shift automorphisms in the Hénon mapping, *Comm. Math. Phys.* **67** (1979), 137-179.

[3] Lopesino, C., Balibrea, F., Wiggins S., Mancho A.: The Chaotic Saddle in the Lozi map, autonomous and non-autonomous version (preprint), (2015).

[4] Wiggins, S.: Stable and random motions in dynamical Systems, *Z. angew. Math. Phys. (ZAMP)* **50** (1999), 585-616.

[5] Wiggins, S.: *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer, second edition, 2003.

[1]Instituto de Ciencias Matemáticas
CSIC-UAM-UC3M-UCM
C/ Nicolás Cabrera, n. 13-15, Campus de Cantoblanco UAM, 28049 Madrid ESPAÑA
francisco.balibrea@icmat.es, carlos.lopesino@icmat.es

k-symplectic Lie systems and applications

J. de Lucas[1]

The main aim of this talk is to show that k-symplectic structures can naturally be employed to investigate ordinary differential equations instead of field theories. This leads to endow k-symplectic structures with new geometric useful constructions and to recover notions that were previously ignored because they are not appropriate for field theories.

To illustrate above claims, I will first survey k-symplectic structures and Lie systems, namely systems of ordinary differential equations whose general solutions can be described as a function, the superposition rule, of a family of particular solutions and some constants. Lie systems are equivalent to curves in a finite-dimensional Lie algebra of vector fields. In the so-called k-symplectic Lie systems [1], the Lie algebra can be chosen to consist of Hamiltonian vector fields with respect to a k-symplectic structure. This suggests us to endow k-symplectic structures with a Lie algebra of admissible functions and several related Poisson algebras. These Lie algebras give rise, through a Poisson-coalgebra approach, to methods to derive geometrically superposition rules for k-symplectic Lie systems.

Our theory will be illustrated with examples from control theory, physics and mathematics [1, 2]. If time permits, I will give some hints about the extension and applications of previous results to multisymplectic and poli-Dirac structures.

Referencias

[1] J. de Lucas and S. Vilariño: k-symplectic Lie systems: theory and applications, *J. Differential Equations* **258** (6) (2015) 2221–2255.

[2] J. de Lucas, M. Tobolski and S. Vilariño: A new application of k-symplectic Lie systems, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* (2015) 1550071.

Los conjuntos analíticos planos son localmente 2n-estrellas: una prueba con teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales

José Ginés Espín Buendía[1], **Víctor Jiménez López**[1]

En 1971, Dennis Sullivan descubrió una importante obstrucción topológica que debe cumplir todo conjunto de ceros de una función analítica sobre una superficie (véase [4]): un tal conjunto debe ser localmente homeomorfo a una estrella topológica con un número par de ramas.

La citada propiedad resulta de extrema utilidad cuando uno trabaja con propiedades topológicas de flujos analíticos bidimensionales. Por ejemplo, en [3] J. Llibre y V. Jiménez usaron la estructura de estrella (sólo la estructura de estrella y no la paridad en sus ramas) para caracterizar los conjuntos omega-límite de flujos analíticos en el plano, la esfera y el plano proyectivo. La caracterización anterior se sigue, en [3], del hecho de que en el caso particular de esas tres superficies las órbitas de un flujo analítico no pueden visitar ambos lados de un arco de puntos singulares contenido en su omega-límite. Este último punto fue pasado por alto en [3] y, como consecuencia, algunos de los resultados enunciado allí no son ciertos (solventamos estos problemas en [2]).

Todas las pruebas de la estructura de $2n$-estrella para los conjuntos analíticos en el plano que conocemos requieren de herramientas avanzadas de topología algebraica y, por ende, son difíciles de seguir para cualquier lector no instruido en el campo. En [1], presentamos una prueba elemental del resultado de Sullivan basado sólo en herramientas bien conocidas de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales en el plano. En la comunicación se expondrá (un esquema de) esta prueba. Además, mostraremos otras aplicaciones de la estructura de estrella que son de interés en la teoría cualitativa del plano.

Referencias

[1] J. G. Espín and V. Jiménez: Local topological structure of analytic sets on the plane, *to appear in Appl. Math. Inf. Sci.* (2014).

[2] J. G. Espín and V. Jiménez: On the topological characterization of omega-limit sets for analytic flows on open subsets of the sphere and the projective plane, *preprint* (2015).

[3] V. Jiménez and J. Llibre: A topological characterization of the omega-limit sets for analytic flows on the plane, the sphere and the projective plane, *Adv. Math.* **206** (2007), 677–710.

[4] D. Suvillan: Combinatorial invariants of analytic spaces. En *Proceedings of Liverpool Singularities-Symposium*, I (1969/70), 165–168. Springer, Berlin, 1971.

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Aulario General, Campus de Espinardo, 30100
`josegines.espin@um.es`, `vjimenez@um.es`

Surfeando con una vela Solar en el sistema Tierra - Luna

Ariadna Farrés (speaker)[1], **Àngel Jorba**[1]

En esta charla queremos enfatizar como los sistemas dinámicos nos pueden ayudar a entender el movimiento de un satélite en el espacio. Nos centraremos en el movimiento de una vela Solar en el sistema Tierra-Sol usando el Problema Restringido de Tres Cuerpos como modelo [1]. Primero describiremos los diferentes objetos invariantes que podemos encontrar, i.e. puntos fijos, órbitas periódicas y casi-periódicas y sus variedades estables e inestables, que dan lugar al esqueleto del espacio de fases [2]. Para terminar ilustraremos la relevancia de estos objetos invariantes en la exploración espacial con una vela solar [3].

Referencias

[1] C.R. McInnes, *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications* Springer-Praxis, Chichester, UK, 1999.

[2] A. Farrés; À. Jorba: “Periodic and Quasi-Periodic Motion of a Solar Sail close to SL1 in the Earth-Sun System”, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **Volume 107** (1-2) (2010) pp. 233-253.

[3] A. Farrés; À. Jorba: “Station Keeping of a Solar Sail around a Halo Orbit”, *Acta Astronautica* **Volume 94** (1) (2014) pp. 527-539.

[1]Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Universitat de Barcelona
Gran Via de les Corts Catalanes 585, 08007 Barcelona
ariadna.farres@maia.ub.es, angel@maia.ub.es

Coupled multiple time scale piecewise linear oscillators. Application to a neuroendocrine system

S. Fernández-García[1], **M. Desroches**[1], **M. Krupa**[1], **F. Clément**[1]

Piecewise linear (PWL) systems are a family of non-smooth systems that reproduce faithfully the dynamics of models coming from applications. Initially, in the seminal book of Andronov et al. [1], PWL systems were developed in order to model engineering problems, but they have been also able to capture social behaviors, financial or biological problems [5]. The rigorous analysis of PWL systems has revealed that they not only exhibit as rich dynamics as smooth systems, but can also feature new behaviors that are impossible to obtain under differentiability assumptions.

The FitzHugh-Nagumo (FHN) system models, as it is well-known, the electrical activity of neurons. It corresponds to a simplified planar version of the celebrated Hodgkin-Huxley model. The main assumption underlying conductance-based neuron models is that a neuron behaves as an electronic circuit, which have been successfully modeled by PWL systems. In [2, 3, 4], a four dimensional system was constructed and analyzed modeling the pulse and surge pattern of gonadotropin releasing hormone (GnRH) secretion by hypothalamic neurons in female mammals. The model consists of two coupled FHN systems running on different time scales. One system models the average secretory activity of GnRH neurons, while the other system corresponds to the average activity of regulatory neurons. The resulting model is studied both qualitatively and quantitatively. In the work that we present here [6], we have replaced the FHN subsystems by two PWL equivalent, namely McKean caricatures, where the original cubic function is replaced by a PWL function that preserves the cubic shape. This change allows us to obtain more information on the system and to compute explicitly the solutions in each linearity zone. Indeed, we obtain explicit formulas that had only an implicit counterpart in the smooth case.

Referencias

[1] A. Andronov, A. Vitt, S. Khaikin, *Theory of oscillators*, Pergamon Press, Oxford, 1966.

[2] F. Clément, J.-P. Françoise. *Mathematical Modeling of the GnRH Pulse and Surge Generator*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst., **5** (2007) 441–456.

[3] F. Clément, A. Vidal. *Foliation-based parameter tuning in a model of the GnRH pulse and surge generator*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst., **8** (2009) 1591–1631.

[4] F. Clément, A. Vidal. *A dynamical model for the control of the GnRH neurosecretory system*, J. Neuroendocrinol., **22** (2010) 1251–1266.

[5] M. di Bernardo, C. J. Budd, A. R. Champneys, P. Kowalczyk, *Piecewise-smooth dynamical systems. Theory and applications, Springer-Verlag London*, London, 2008.

[6] S. Fernández-García, M. Desroches, M. Krupa, F. Clément. *A multiple time scale coupling of piecewise linear oscillators. Application to a Neuroendocrine System,* SIAM J. Appl. Dyn. Syst., **14** (2015) 643–673.

[1]Mycenae Project-Team
Inria Paris-Rocquencourt Research Center
Domaine de Voluceau - BP 105, 78153 Le Chesnay, Cedex, France
soledad.fernandez-garcia@inria.fr, mathieu.desroches@inria.fr,
maciej.krupa@inria.fr, frederique.clement@inria.fr

Oscillatory motions for the restricted three body problem

Marcel Guardia[1], **Pau Martin**[1], **Tere M. Seara**[1]

In 1980 J. Llibre and C. Simó proved the existence of oscillatory motions for the restricted planar circular three body problem, that is, of orbits which leave every bounded region but which return infinitely often to some fixed bounded region. To prove their existence they had to assume that the ratio between the masses of the two primaries was exponentially small with respect to the Jacobi constant. In this talk I will explain how to prove the existence of oscillatory motions for any value of the mass ratio. I will also explain how to generalize the result to the restricted planar elliptic three body problem. This is based on [1, 2], joint works with P. Martin, T. M. Seara. and L. Sabbagh.

Referencias

[1] M. Guardia, P. Martin, and T. M. Seara. Oscillatory motions for the restricted planar circular three body problem. *Inventiones Mathematicae*, 2015. Published online, DOI 10.1007/s00222-015-0591-y.

[2] M. Guardia, P. Martin, L. Sabbagh, and T. M. Seara. Oscillatory motions for the restricted planar elliptic three body problem. In preparation, 2015.

Una ruta de fractalización para skew-products afines en el plano complejo

Marc Jorba-Cuscó[1], **Ángel Jorba**[1]

Una ruta de fractalización para skew-products afines en el plano complejo.

Recordemos que la teoría de Floquet muestra cómo una ecuación diferencial lineal con coeficientes periódicos puede, mediante una transformación también periódica, reducirse a otra ecuación, esta vez, con coeficientes constantes. Este conjunto de resultados se ha usado extensivamente para el estudio del comportamiento lineal de órbitas periódicas de sistemas no lineales.

Plantearse cuándo un sistema linea, inducido por una EDO o por una aplicación, puede reducirse a coeficientes constantes resulta mucho más interesante en el caso cuasi-periódico. Existe una gran cantidad de resultados parciales acerca de la reductibilidad de sistemas cuasi-periódicos y, a diferencia del caso periódico, existen sistemas lineales cuasi-periódicos que no se pueden reducir a coeficientes constantes. Mientras que los sistemas lineales periódicos se usan para entender el comportamiento cerca de órbitas periódicas, los sistemas lineales con coeficientes cuasi-periódicos se usan para estudiar el comportamiento cerca de toros invariantes. Además de proponer criterios que nos permitan distinguir cuándo un sistema lineal cuasi-periódico es reducible, o no, es también de sumo interés el estudio de cómo la no reductibilidad se manifiesta en la dinámica.

En esta charla hablaremos de una clase especial de aplicaciones, los skew-products del plano complejo. En primer lugar clasificamos los skew-products lineales e invertibles, mostraremos que, en este contexto, la única fuente de no reductibilidad, es un tipo particular de obstrucción topológica. Después estudiaremos los sistemas afines, los ejemplos más simples en los que podemos encontrar curvas invariantes. Veremos que la no reductibilidad tiene un impacto visible en la bifurcación que se produce cuando hay un cambio de estabilidad, i.e. el exponente de Lyapunov cruza el valor cero. También veremos casos en los que curvas invariantes con dinámica lineal no reducible se destruyen mediante un mecanismo de fractalización, el wild winding process, similar a otros observados en la recta real. Esto no sucede cuando la curva es reducible.

Discrete Lagrangian Descriptors (DLD) for two dimensional, area preserving, autonomous and nonautonomous maps.

Carlos Lopesino Jiménez de Zadava Lissón[1]

El objetivo de esta charla es generalizar el método de los descriptores Lagrangianos, [3]. Estudiaremos su uso en el caso de sistemas dinámicos discretos autónonomos y no autónomos en el que se preserva el área, [2]. Dicho método consistirá en la evaluación de la distancia de distintas normas p de la órbita de un punto. Probamos en ejemplos concretos que esta construcción permite conocer y localizar las variedades estable e inestable de un punto hiperbólico. Desde el punto de vista computacional aplicaremos este método para calcular el conjunto hiperbólico invariante para la versión autónoma y no autónoma de dos ejemplos de funciones conocidas; las funciones Hénon y Lozi definidas como

$$H : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (A+By-x^2,x) \end{array} , \quad L : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (1+y+a|x|,bx) \end{array}$$

Además, como continuación a mi trabajo de fin de master, se presenta la siguiente función $F(x,y) = (x(4-x-y),xy)$, la cual ha sido ampliamente estudiada y de la que se conoce perfectamente su dinámica, [1], en el interior del triángulo Δ determinado por los vértices $(0,0)$, $(4,0)$ y $(0,4)$.

Referencias

[1] Balibrea, F., García, J.L., Lampart, M., Llibre, J., *Dynamics of a Lotka-Volterra map*, Fund. Math. 191, p.265-279, (2006).

[2] Lopesino, C., Balibrea, F., Wiggins, S., Mancho, A.M., *Lagrangian Descriptors for Two Dimensional, Area Preserving Autonomous and Nonautonomous Maps*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 27 (2015), pp. 40-51.

[3] Mancho, A.M., Wiggins, S., Curbelo, J., and Mendoza, C., *Lagrangian descriptors: A method for revealing phase space structures of general time dependent dynamical systems*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 18(12), 3530 - 3557, (2013).

[1]Instituto de Ciencias Matemáticas, CSIC-UAM-UC3M-UCM
Universidad Autónoma de Madrid
C/ Nicolás Cabrera 15, Campus Cantoblanco UAM, 28049 Madrid, Spain
`carlos.lopesino@icmat.es`

Estabilidad exponencial en ecuaciones funcionales no autónomas con retardo dependiente del estado

Ismael Maroto[1], **Rafael Obaya**[1], **Carmen Núñez**[1]

En este artículo estudiamos el semiflujo triangular generado por una familia de ecuaciones funcionales no autónomas con retardo finito que depende de la variable de estado. Consideramos un compacto positivamente invariante M en el que todas las semitrayectorias admiten extensión para tiempos negativos. Suponiendo condiciones usuales de regularidad deducimos la existencia de la ecuación linealizada en todas las trayectorias de M. Probamos que si el exponente de Lyapunov en M es menor que 0, entonces M es una N-copia de la base que es exponencialmente estable.

Aplicamos las conclusiones anteriores en modelos matemáticos de redes neuronales de tipo Hopfield con retardo dependiente de la variable de estado. Encontramos condiciones suficientes que garantizan la existencia de un atractor global que define una 1-copia de la base, es decir, las propiedades de recurrencia de las trayectorias de este atractor coinciden con las de los coeficientes temporales del modelo.

Referencias

[1] J. K. Hale, S. M. Verduyn Lunel: *Introduction to Functional Differential Equations*. Spingler-Verlag, New York, 1993.

[2] R. J. Sacker, G. R. Sell: *Lifting Properties in Skew-Product Flows with Applications to Differential Equations*. Mem. Amer. Math. Soc., vol. 190, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1977.

[3] W. Shen, Y. Yi: *Almost automorphic and almost periodic dynamics in skew-product semiflows* Mem. Amer. Math. Soc., **647**, Amer. Math. Soc., Providence 1998.

[4] F. Hartung: Differentiability of Solutions with respect to the Initial Data in Differential Equations with State-dependent Delays, *J. Dyn. Diff. Equat* **23** (2011), 843–884

[5] F. Hartung: Linearized Stability in Periodic Functional Differential Equations with State-Dependent Delays, *J. Computational and Applied Mathematics* **174** (2005), 201–211

[6] S. Novo, R. Obaya, A. M. Sanz: Exponential stability in non-autonomous delayed equations with applications to neural networks, *Discrete and Continuos Dynamical Systems* **18** (2007), 517–536

[7] S. Novo, Rafael Obaya, A. M. Sanz: Stability and extensibility results for abstract skew-product semiflows, *J. Differential Equations* **235** (2007), 623–646

[8] R. J. Sacker, G. R. Sell: Dichotomies for Linear Evolutionary Equations in Banach Spaces, *Journal of Differential Equations* **113** (1994), 17–67

[9] Shui-Nee Chow, H. Leiva: Dynamical Spectrum for Time Dependent Linear Systems in Banach Spaces, *Japan J. Indust. Appl. Math* **11** (1994), 379–415

[1]Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Valladolid
Paseo del Cauce, 59, 47011 Valladolid, España
`ismmar@eii.uva.es`
`rafoba@wmatem.eis.uva.es`
`carnun@wmatem.eis.uva.es`

The period function of a family of analytic centers

David Rojas (Speaker)[1], **Francesc Mañosas**[1], **Jordi Villadelprat**[2]

Consider a planar family of planar differential systems with a center at p. The period function assigns to each periodic orbit in the period annulus its period. The problem of bifurcation of critical periods have been studied and there are three different situations to consider: bifurcations from the center, bifurcations from the interior of the period annulus and bifurcation from the outer boundary of the period annulus. The bifurcation of critical periods from the inner boundary is completely understood thanks to C. Chicone and M. Jacobs. In this work we study the bifurcation of critical periods for the family of potential systems $X_{p,q} = -ydx + V_{p,q}(x)dy$ with $V'_{p,q}(x) = (x+1)^p - (x+1)^q$. This family has a center at $x = 0$ for all $p > q$. We study monotonicity, isochronicity and bifurcation of critical periods from the center and from the interior of the period annulus. Moreover some new techniques are presented concerning the bifurcation from the outer boundary for potential systems.

Referencias

[1] F. Mañosas and D. Rojas and J. Villadelprat: Study of the period function of a biparametric family of centers, *Preprint* (2015).

[2] F. Mañosas and D. Rojas and J. Villadelprat: On the criticality of centers of potential systems at the outer boundary, *Preprint* (2015).

[1]Departament de Matematiques
Universitat Autónoma de Barcelona
Bellaterra, Spain
`rojas@mat.uab.cat`, `manyosas@mat.uab.cat`

[2]Departament d'Enginyeria Informatica i Matematiques
Universitat Rovira i Virgili
Tarragona, Spain
`jordi.villadelprat@urv.cat`

La bifurcación Hamiltonian-Hopf de 2 grados de libertad bajo el efecto de un forzamiento periódico

A. Vieiro[1], **E. Fontich**[1], **C. Simó**[1]

Consideramos un Hamiltoniano con 2 grados de libertad que, para ciertos valores de los parámetros, tiene una bifurcación Hamiltonian-Hopf. Tras resumir algunas propiedades básicas de dicha bifurcación añadiremos una perturbación periódica al Hamiltoniano inicial. Combinando técnicas numéricas y analíticas (forma normal, aplicaciones de Poincaré, aplicaciones de retorno adaptadas,...) se estudiarán diversos aspectos de la dinámica asociada (existencia de toros invariantes, escisión de variedades invariantes, abundancia de caos,...). Nos centraremos, en particular, en describir el comportamiento asintótico de la escisión de las variedades invariantes 2-dimensionales de la silla-compleja que nacen en la bifurcación.

Esta charla es parte de un trabajo conjunto con E. Fontich y C. Simó.

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES
Real Sociedad Matemática Española
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

[1]Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Universitat de Barcelona
Gran Via, 585, 08007 Barcelona
vieiro@maia.ub.es

Expanding Baker Maps: una herramienta para el estudio de bifurcaciones homoclínicas asociadas a difeomorfismos 3-D

Enrique Vigil Álvarez[1]

Es conocido que dada una familia uniparamétrica de difeomorfismos bidimensionales que despliega una tangencia homoclínica, se puede construir una familia de aplicaciones límite retorno que guarda una estrecha relación con la aplicación cuadrática unidimensional $f_a(x) = 1 - ax^2$.

En el artículo [2] se construye una familia de aplicaciones límite retorno $T_{a,b}(x, y) = (a + y^2, x + by)$ asociada al despliegue de tangencias homoclínicas en familias de difeomorfismos definidos en variedades de dimensión tres. En [3], los autores realizan un estudio numérico intensivo de $T_{a,b}$ que deja entrever la existencia de atractores extraños con uno y dos exponentes de Lyapunov positivos. Con la intención de explicar analíticamente estos comportamientos se definen ciertas aplicaciones bidimensionales y lineales a trozos, denominadas *Expanding Baker Maps (EBM)*, que presentan muchos de los atractores extraños mencionados pero en un escenario más sencillo. El objetivo de la sesión será mostrar cómo surgen dichas *EBM* y su relación con la familia $T_{a,b}$, además de ver que los atractores asociados a estas aplicaciones son atractores extraños. Todo esto se recoge en [4] y [5]. Para concluir, demostraremos que cada una de nuestras *EBM* lleva asociada una medida invariante y, en particular, nuestra familia es *statistically stable* en un cierto intervalo de parámetros (ver [1]).

Referencias

[1] J. F. Alves, A. Pumariño and E. Vigil: Statistical stability for multidimensional piecewise expanding maps. (sometido para publicación) (2015)

[2] J. C. Tatjer: Three-dimensional dissipative diffeomorphisms with homoclinic tangencies. *Ergod. Theory Dyn. Syst.*, 21, 249-302 (2001).

[3] A. Pumariño and J. C. Tatjer: Dynamics near homoclinic bifurcations of three-dimensional dissipative diffeomorphisms. *Nonlinearity*, 19, 2833-2852 (2006).

[4] A. Pumariño, J. A. Rodriguez, J. C. Tatjer and E. Vigil: Expanding Baker Maps as models for the dynamics emerging from 3D-homoclinic bifurcations. *Discrete and continuous dynamical systems series B*, Volume 19, Number 2 (2014)

[5] A. Pumariño, J. A. Rodríguez, J. C. Tatjer and E. Vigil, *Chaotic dynamics for 2-d tent maps*. Nonlinearity, 28, 407–434 (2015).

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad de Oviedo
Calvo Sotelo s/n 33007, Oviedo
vigilkike@gmail.com