



Dinámicas caóticas no autónomas generadas por sucesiones de funciones. Los casos de la función de Hénon y de Lozi

Francisco Balibrea-Iniesta¹, Carlos Lopesino¹

En esta presentación exploramos conceptos de la teoría del caos matemático en el contexto de sistemas dinámicos con dependencia temporal general. Para ello estudiaremos dinámicas que vienen generadas por sucesiones infinitas de funciones. En concreto estudiamos dos ejemplos de sucesiones de funciones cuyas expresiones se basan en las ya conocidas funciones de Hénon y de Lozi (1,3),

$$H : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad L : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \longmapsto (A + By - x^2, x), \quad (x, y) \longmapsto (1 + y + a|x|, bx)$$

De forma análoga al caso autónomo, hacemos uso de las condiciones de Conley-Moser en su versión no autónoma (2,4,5). Estas condiciones permiten probar la existencia de dinámicas caóticas. En efecto, para cualquier sistema

$$\dot{x} = g(x) \quad \text{autónomo, o incluso no autónomo } \dot{x} = g(x, t) \quad \text{con periodo } T > 0,$$

sus dinámicas pueden estudiarse mediante la iteración de una única función $f(x)$, que representara la evolución de las partículas en el plano tras un periodo de tiempo $T > 0$. En el caso de un sistema no autónomo y aperiódico, dichas dinámicas vendrían determinadas mediante una sucesión de funciones (4).

La innovación que presenta este trabajo no es sólo introducir dos ejemplos concretos de sucesiones de funciones (aperiódicas y por tanto no autónomas) para los que se prueba la existencia de conjuntos caóticos, sino también exponer una generalización de la tercera condición de Conley-Moser para el caso no autónomo (1).

Referencias

- [1] Balibrea-Iniesta, F., Lopesino, C., Mancho A., Wiggins S.: A non-autonomous version of the Hénon map as an example of sequence presenting chaotic dynamics (preprint), (2015).
- [2] Devaney, R. L., Nitecki, Z.: Shift automorphisms in the Hénon mapping, *Comm. Math. Phys.* **67** (1979), 137-179.
- [3] Lopesino, C., Balibrea, F., Wiggins S., Mancho A.: The Chaotic Saddle in the Lozi map, autonomous and non-autonomous version (preprint), (2015).
- [4] Wiggins, S.: Stable and random motions in dynamical Systems, *Z. angew. Math. Phys. (ZAMP)* **50** (1999), 585-616.
- [5] Wiggins, S.: *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer, second edition, 2003.

¹Instituto de Ciencias Matemáticas

CSIC-UAM-UC3M-UCM

C/ Nicolás Cabrera, n. 13-15, Campus de Cantoblanco UAM, 28049 Madrid ESPAÑA

francisco.balibrea@icmat.es, carlos.lopesino@icmat.es