



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Una ruta de fractalización para skew-products afines en el plano complejo

Marc Jorba-Cuscó¹, Ángel Jorba¹

Una ruta de fractalización para skew-products afines en el plano complejo.

Recordemos que la teoría de Floquet muestra cómo una ecuación diferencial lineal con coeficientes periódicos puede, mediante una transformación también periódica, reducirse a otra ecuación, esta vez, con coeficientes constantes. Este conjunto de resultados se ha usado extensivamente para el estudio del comportamiento lineal de órbitas periódicas de sistemas no lineales.

Plantearse cuándo un sistema lineal, inducido por una EDO o por una aplicación, puede reducirse a coeficientes constantes resulta mucho más interesante en el caso cuasi-periódico. Existe una gran cantidad de resultados parciales acerca de la reductibilidad de sistemas cuasi-periódicos y, a diferencia del caso periódico, existen sistemas lineales cuasi-periódicos que no se pueden reducir a coeficientes constantes. Mientras que los sistemas lineales periódicos se usan para entender el comportamiento cerca de órbitas periódicas, los sistemas lineales con coeficientes cuasi-periódicos se usan para estudiar el comportamiento cerca de toros invariantes. Además de proponer criterios que nos permitan distinguir cuándo un sistema lineal cuasi-periódico es reducible, o no, es también de sumo interés el estudio de cómo la no reductibilidad se manifiesta en la dinámica.

En esta charla hablaremos de una clase especial de aplicaciones, los skew-products del plano complejo. En primer lugar clasificamos los skew-products lineales e invertibles, mostraremos que, en este contexto, la única fuente de no reductibilidad, es un tipo particular de obstrucción topológica. Después estudiaremos los sistemas afines, los ejemplos más simples en los que podemos encontrar curvas invariantes. Veremos que la no reductibilidad tiene un impacto visible en la bifurcación que se produce cuando hay un cambio de estabilidad, i.e. el exponente de Lyapunov cruza el valor cero. También veremos casos en los que curvas invariantes con dinámica lineal no reducible se destruyen mediante un mecanismo de fractalización, el wild winding process, similar a otros observados en la recta real. Esto no sucede cuando la curva es reducible.