



## Subvariedades isotrópicas en el problema inverso para sistemas mecánicos con ligaduras

María Barbero Liñán<sup>1</sup>, Marta Farré Puiggali<sup>2</sup>, David Martín de Diego<sup>2</sup>

El problema inverso en cálculo de variaciones consiste en determinar si las soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden,

$$\ddot{q} = \Gamma(t, q, \dot{q}), \quad q \in Q, \quad \dim Q = n,$$

corresponden a soluciones de las ecuaciones de Euler-Lagrange para algún Lagrangiano regular  $L: TQ \rightarrow \mathbb{R}$ . Este problema en el caso más general sigue estando abierto, solo se conocen las soluciones completas para sistemas de ecuaciones con una ó dos variables, [1] and [2] respectivamente. Helmholtz en 1887 [3] estudió el problema para sistemas generales de ecuaciones diferenciales de segundo orden en forma implícita.

Nosotros extendemos la interpretación geométrica del problema inverso [4] para describir geoméricamente el problema inverso para sistemas mecánicos con ligaduras no holónomas mediante subvariedades isotrópicas. Además, utilizaremos técnicas de geometría simpléctica [5] para extender subvariedades isotrópicas a Lagrangianas de manera que soluciones de un problema con ligaduras se pueden describir como soluciones de un problema variacional sin ligaduras. Estas técnicas las aplicaremos al problema del disco rodante vertical [6].

## Referencias

- [1] N. J. Sonin: About determining maximal and minimal properties of plane curves. *Warsawskie Uniwersitetskye Izvestiya* **1-2**(1886), 1–68.
- [2] J. Douglas: Solution of the inverse problem of the calculus of variations. *Trans. Amer. Math. Soc.* **50**(1941), 71–128.
- [3] H. von Helmholtz: Ueber die physikalische bedeutung des princips der kleinsten wirkung. *J. Reine Angew. Math.* **100**(1887), 137–166.
- [4] M. Crampin: On the differential geometry of the Euler-Lagrange equations, and the inverse problem of Lagrangian dynamics. *J. Phys. A.* **14**(10)(1981), 2567–2575.
- [5] I. Vaisman: *Symplectic geometry and secondary characteristic classes*. Progress in Mathematics vol 72, Boston, MA: Birkhäuser Boston, 1987.
- [6] M. Barbero Liñán, M. Farré Puiggali, D. Martín de Diego. Isotropic submanifolds and the inverse problem for mechanical constrained systems. *J. Phys. A.* **48**(2015), 045210-045245.

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidad Carlos III de Madrid  
Avenida de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid, España  
Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UC3M-UCM)  
mbarbero@math.uc3m.es

<sup>2</sup>Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UC3M-UCM)  
C/Nicolás Cabrera 13-15, 28049 Madrid, España  
marta.farre@icmat.es, david.martin@icmat.es