



El toro de Clifford y el flujo lagrangiano de la curvatura media

Ana M. Lerma¹, Ildelfonso Castro², Vicente Miquel³

Sea $F_0 : M^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ una inmersión diferenciable de una variedad compacta de dimensión $n \geq 2$ en el espacio euclídeo. El flujo de la curvatura media (FCM) con condición inicial F_0 es la familia uniparamétrica de inmersiones diferenciables $F : M \times [0, T) \rightarrow \mathbb{R}^m$ solución del siguiente sistema de ecuaciones parabólicas:

$$\frac{\partial}{\partial t} F(p, t) = H(p, t), \quad p \in M, \quad t \geq 0, \quad (*)$$

donde $H(p, t)$ es el vector curvatura media de $M_t = F(M, t)$ en $p \in M$. La existencia y unicidad de solución de (*) están garantizadas en un intervalo maximal de tiempo $[0, T)$, $T < \infty$, i.e., el FCM dejará de existir tras un tiempo finito T dando lugar a una singularidad que están catalogadas atendiendo al grado del estallido de la segunda forma fundamental: las de Tipo I que son aquellas en que la explosión de la segunda forma fundamental está mejor controlada, mientras que las restantes se conocen como de Tipo II. Huisken demostró que la comprensión de las singularidades de Tipo I recae sobre una posible clasificación de las soluciones autocontráctiles (que evolucionan por contracciones del espacio ambiente).

El hecho de que no existan esferas autocontráctiles lagrangianas, motiva el problema abierto planteado por A. Neves, acerca de *encontrar alguna condición sobre un toro lagrangiano de \mathbb{C}^2 que implique que el flujo lagrangiano de la curvatura media con condición inicial dicho toro, se extinga en tiempo finito y, tras reescalamiento, converja al toro de Clifford*. En esta charla estudiaremos el toro de Clifford como superficie autocontractil (véase [1]) y se dará respuesta al problema propuesto por A. Neves [2].

Referencias

- [1] Ildelfonso Castro, Ana M. Lerma: The Clifford torus as a self-shrinker for the Lagrangian mean curvature flow, *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2014** (6) (2014), 1515–1527.
- [2] Ildelfonso Castro, Ana M. Lerma, Vicente Miquel: Evolution by mean curvature flow of Lagrangian spherical surfaces in complex Euclidean plane, en preparación.

¹Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén
Campus Las Lagunillas, 23071 Jaén
alerma@ujaen.es

²Departamento de Matemáticas, Universidad de Jaén
Campus Las Lagunillas, 23071 Jaén
icastro@ujaen.es

³Departamento de Geometría y Topología, Universidad de Valencia
Burjassot, 46100 Valencia
miquel@uv.es