CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES
Real Sociedad Matemática Española
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Geometría tropical: Hipersuperficies singulares tropicales

Luis Felipe Tabera Alonso[1]

En esta charla introduciremos las nociones básicas de la geometría tropical. Dado un conjunto algebraico X, podemos asociarle un complejo poliédrico (variedad tropical) $T(X)$ [2]. Bajo esta correspondencia, diversos problemas planteados para X, típicamente de naturaleza combinatoria, pueden resolverse conociendo solamente su variedad tropical $T(X)$. Formalmente, dada una variedad algebraica X sobre un cuerpo k, la variedad tropical $T(X)$ es la imagen de X a través de una valoración de k. Veremos, a través de ejemplos sencillos, qué puede esperarse y qué no de las variedades tropicales.

Uno de los resultados más celebrados en geometría tropical y enumerativa es el *Teorema de correspondencia de Mikhalkin* ([3] que permite usar curvas tropicales para contar el número de curvas complejas de género y grado prefijados que pasan por una configuración genérica de puntos. Para realizar este estudio, se necesita contar con una noción de punto singular tropical. Daremos una definición de singularidad y condiciones para que una hipersuperficie tropical sea singular en términos del *álgebra tropical* ([1]) y estudiaremos la combinatoria asociada a la variedad discriminante que parametriza las hipersuperficies singulares de grado fijado. En particular, mostraremos qué ocurre cuando la característica del cuerpo base k es positiva, estamos trabajando sobre un cuerpo p-ádico o qué podemos decir cuando estamos trabajando sobre los reales. También veremos problemas abiertos para casos tan sencillos como estudiar el espacio de todas las curvas planas con dos puntos singulares.

Referencias

[1] A. Dickenstein, L.F. Tabera: Singular Tropical Hypersurfaces *Disc. Comput. Geom.* **47** (2012), 430–453

[2] D. Maclagan, B. Sturmfels: *Introduction to Tropical Geometry* Graduate Studies in Mathematics, Vol 161, AMS, Providence, RI, 2015.

[3] G. Mikhalkin: *Enumerative tropical algebraic geometry in* R^2 *J. Amer. Math. Soc.* **18** (2005), 313-377

[1]Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Av. Los Castros s/n, 39005 Santander
taberalf@unican.es