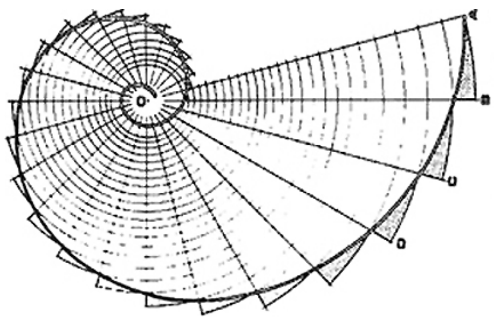
III

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

de la Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, 7-11 Septiembre, 2015



SESIÓN
POSTERS

Financiado por:

Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia, 19625/OC/14, con cargo al Programa "Jiménez de la Espada de Movilidad, Cooperación e Internacionalización"; plan propio de investigación de la Universidad de Murcia; Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena.

New developments on spatial functional data analysis

J. Álvarez Liébana[1], **M. D. Ruiz-Medina**[1]

The first part of this poster deals with the classification of spatial functional data and non linear features of curve and surface data in control systems considering a non parametric functional statistical framework.

Concerning independent functional data we classify, using kernel estimation, with different metrics, illustrated in terms of some numerical examples. Miss-classification rates are computed for different sets of spatial functional data. About the classification of non linear features of curve and surface data in control systems, the analysis of wavelength absorbance curve data is implemented for different meat pieces to discriminate between two categories of meat in quality control in food industry, as done in Ferraty and Vieu (2006). Non parametric functional classification of deterministic and random surface roughness and irregularities, corresponding to train deterministic and random vibrations, are also analyzed in Álvarez-Liébana and Ruiz-Medina (2014).

On the other hand, the second part of this poster addresses new results of FANOVA of fixed effects models with values in a separable Hilbert space, considering responses and factors taking values with spatial support (rectangle, disk and circular sector). Results on generalized least-squares estimation and functional analysis of variance in the geometry of the reproducing kernel Hilbert-Space (under a suitable linear transformation of the correlated functional data) are presented, as well as finite-dimensional functional linear tests.

This work has been supported in part by project MTM2012-32674 (co-funded with FEDER funds).

Referencias

[1] J. Álvarez-Liébana and M. D. Ruiz-Medina: Functional statistical classification of non-linear dynamics and random surfaces roughness in control systems, *submitted* (2014).

[2] J. Álvarez-Liébana and M. D. Ruiz-Medina: Matrix operators in rectangular and circular FANOVA models, *submitted* (2015).

[3] D. Bosq: *Linear Processes in Function Spaces*. Springer-Verlag, New York, 2000.

[4] D. Bosq and D. Blanke: *Inference and Predictions in Large Dimensions*. John Wiley, Chichester, 2007.

[5] F. Ferraty and P. Vieu: *Nonparametric Functional Data Analysis*. Springer, New York, 2006.

[6] D. S. Grebenkov and B.-T. Nguyen: Geometrical structure of Laplacian eigenfunctions, *SIAM Review* **55** (2013), 601–667.

[7] J. O. Ramsay and B.W. Silverman: *Functional Data Analysis*. Springer, New York, 2005.

[8] M. D. Ruiz-Medina: Spatial functional prediction from spatial autoregressive Hilbertian processes, *Environmetrics* **23** (2012), 119–128.

[9] M. D. Ruiz-Medina: Functional Analysis of Variance for Hilbert-Valued Multivariate Fixed Effect Models, *submitted* (2014).

[1]Department of Statistics and O.R.
University of Granada
Campus Fuente Nueva s/n, Granada, 18071, SPAIN
javialvaliebana@ugr.es, mruiz@ugr.es

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES
Real Sociedad Matemática Española
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Teoría de Aproximación Greedy en espacios de Banach

Pablo M. Berná[1], **Óscar Blasco**[2]

Dada una base $\mathcal{B} := (e_j)_{j=1}^{\infty}$ en un espacio de Banach X, el Algoritmo Greedy $(G_N)_N$, introducido por Temlyakov y Konyagin en [4, 1], es un tipo de algoritmo de aproximación dentro del campo de la Teoría de Aproximación No Lineal donde el objetivo es aproximar, en el paso N-ésimo, cada vector x de un espacio de Banach mediante $G_N(x)$, que es una combinación de N elementos de la forma $G_N(x) = \sum_{n\in A(x)} a_n(x)e_n$, donde se escogen los coeficientes de mayor tamaño en valor absoluto, es decir, definidos mediante la propiedad de que

$$\min_{n\in A(x)} |a_n(x)| \geq \max_{n\notin A(x)} |a_n(x)|.$$

Este algoritmo es además esencialmente óptimo en bases democráticas (es decir, las bases en las que para todo par de conjuntos A y B de mismo cardinal se tiene que $\|\sum_{n\in A} e_n\| \leq C\|\sum_{n\in B} e_n\|$, con C constante positiva) e incondicionales en un espacio de Banach. Pues bien, una base greedy es aquella base donde el algoritmo greedy es eficiente en el sentido de que el error que se produce aproximando un vector $x \in X$ por $G_N(x)$ es comparable con el error más pequeño que se produce aproximando vectores del espacio mediante todas las posibles combinaciones de N elementos, el cual es dado por

$$\sigma_N(x) := \inf_{c_n, A} \{\|x - \sum_{n\in A} c_n e_n\| \,:\, (c_k)_k \subset \mathbb{R}, |A| = N\}.$$

En el póster, recordaremos algunos de los resultados sobre el tema y ejemplos relacionados con esta teoría, como la base de Haar y el sistema trigonométrico (ver [2, 3, 1]), y presentaremos una nueva caracterización de las bases greedy que consiste en reemplazar el error de aproximación óptima por otro definido para funciones con coeficientes constantes, a priori de más fácil manejo.

Referencias

[1] V.N.Temlyakov : *Greedy approximation*. Camdrige Monographs on Applied and Computional Mathematics, vol.20, Cambridge University Press, Cambridge, 2011.

[2] F. Albiac, J.L. Ansorena: Characterization of 1-quasi-greedy bases, *arXiv:1504.04368v1* (2015).

[3] G. Garrigós, E. Hernández, T. Oikhberg: Lebesgue-type inequalities for quasi-greedy bases, *Constr. Approx.* **38**, no.3, (2013), 447-470.

[4] S.V. Konyagin, V.N. Temlyakov: A remark on greedy approximation in Banach spaces, *East J. Approx.* **5**, no.3, (1999), 365-379.

[1]Estudiante Máster INVESTMAT
Universitat de València
`paberla@alumni.uv.es`

[2]Departamento de Análisis Matemático
Universitat de València
46100, Burjassot
`oscar.blasco@uv.es`

Superficies lineales de Weingarten de traslación en $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{L}^3$

Jesús Antonio Bueno[1], **Rafael López**[1]

Consideramos superficies en el espacio euclídeo $\mathbb{R}^3$ que satisfacen una relación de tipo $aH + bK = c$, donde a, b, y c son números reales y H y K son la curvatura media y la curvatura de Gauss, respectivamente. Estas superficies son llamadas en la literatura superficies lineales de Weingarten [3,5,6]. Esta familia de superficies generaliza a las de H constante ($b = 0$) y K constante ($a = 0$).

En este trabajo estudiamos superficies de traslación, es decir, aquéllas que locamente se escriben de la forma $z = f(x) + g(y)$, donde (x, y, z) son las coordenadas cartesianas de $\mathbb{R}^3$. Las superficies de traslación con K o H constantes fueron clasificadas en [4] y son un plano, un cilindro generalizado o la superficie de Scherk. El resultado que probamos, proporcionando una demostración significativamente más simple que la que aparece en [2], es el siguiente [1]:

Teorema. *Una superficie lineal de Weingarten de traslación en $\mathbb{R}^3$ es una superficie con K constante o H constante. En particular, la superficie es congruente con un plano, una superficie mínima de Scherk, o un cilindro generalizado.*

Con pequeñas modificaciones, este teorema se extiende al espacio de Lorentz-Minkowski.

Referencias

[1] A. Bueno, R. López, Translation surfaces of linear Weingarten type, arXiv:1410.2510 (2014).

[2] F. Dillen, W. Goemans, I. Van de Woestyne, Translation surfaces of Weingarten type in 3-space. Bull. Transilvania Univ. Brasov (Ser. III), 50 (2008), 109–122.

[3] A. Gálvez, A. Martínez, F. Milán, Linear Weingarten surfaces in R^3, Monatsh. Math. 138 (2003), 133–144.

[4] H. Liu, Translation surfaces with constant mean curvature in 3-dimensional spaces, *J. Geom.* 64 (1999), 141–149.

[5] R. López, On linear Weingarten surfaces. Int. J. Math 19 (2008), 439–448.

[6] H. Rosenberg, R. Sa Earp, The geometry of properly embedded special surfaces in R^3; e.g., surfaces satisfying $aH + bK = 1$, where a and b are positive, Duke Math. J. 73 (1994), 291–306.

[1]Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada, 18001 Granada
`jabueno@ugr.es`, `rcamino@ugr.es`

Curvas Planas cuya curvatura depende de la distancia a una recta

Ildefonso Castro-Infantes[1]

Motivados por un problema propuesto por David A. Singer en 1999 y por las clásicas curvas elásticas de Euler, estudiamos aquellas curvas planas cuya curvatura se puede expresar en función de la distancia a una recta. Obtenemos de este modo nuevas caracterizaciones de algunas curvas conocidas como, por ejemplo, la catenaria o la grim-reaper. Descubrimos también otras familias de curvas interesantes (incluyendo cerradas y embebidas) cuyas ecuaciones intrínsecas pueden expresarse en términos de funciones elementales y de las funciones elípticas de Jacobi, para las que encontramos parametrizaciones por el arco y las representamos gráficamente.

Es un trabajo conjunto con Ildefonso Castro (Universidad de Jaén) [1].

Referencias

[1] I. Castro, I. Castro-Infantes. *Plane curves with curvature depending on distance to a line.* Preprint.

[1]Departamento Geometría y Topología
Universidad de Granada
icastroinf@correo.ugr.es

El uso de técnicas de respuesta aleatorizada en encuestas con marcos duales

Beatriz Cobo Rodríguez[1], **David Molina Muñoz**[1]

En las encuestas psicológicas y sociales el interés reside frecuentemente en aspectos sensibles como, por ejemplo, el consumo de drogas o las preferencias sexuales. Por ello, muchos entrevistados rehúsan a participar en la encuesta o proporcionan respuestas falsas o condicionadas, ocasionando que la precisión y confiabilidad de los estimadores se alteren de una manera importante. La técnica de respuesta aleatoria (Warner, 1965) se propone como solución a estos problemas, proporcionando un mecanismo para anonimizar las respuestas de los encuestados.

Los estimadores que se utilizan en respuesta aleatorizada asumen la hipótesis de que todas las unidades de la población objeto de estudio se incluyen en una lista la cual se usa como marco muestral. Sin embargo, en muchas situaciones, en lugar de contar con un único listado de individuos se dispone de dos marcos muestrales cuya unión se supone cubre toda la población de interés. En estos casos, la metodología de marcos duales propuesta por Hartley (1962) proporciona un marco de trabajo adecuado para la obtención de estimadores.

En este trabajo se proponen procedimientos de estimación para características sensibles de tipo cuantitativo cuando los datos han sido obtenido a partir de dos marcos muestrales.

Referencias

[1] H. O. Hartley: Multiple frame surveys. En *Proceedings of the Social Statistics Section*, American Statistical Association, 203–206. 1962.

[2] S. L. Warner: Randomized response: A survey technique for eliminating evasive answer bias, *Journal of the American Association* **60** (309) (1965), 63–69.

[1]Departamento de Estadística e I. O.
Universidad de Granada
Campus Fuentenueva, C/ Severo Ochoa, C. P. 18001, Granada
beacr@ugr.es, dmolinam@ugr.es

Utilidad de los modelos de regresión aditivos estructurados en el estudio de la tasa del síndrome de abstinencia al alcohol en Galicia

Jenifer Espasandín-Domínguez[1], **Carmen Cadarso-Suárez**[1], **Thomas Kneib**[2], **Francisco Gude**[3], **Arturo González-Quintela**[4]

En los últimos años los modelos aditivos estructurados, conocidos como modelos STAR (Structured Additive Regression, Fahrmeir et al., 2013) están alcanzando gran interés en muchos campos de aplicación estadística. Estos modelos nos permiten generalizar a los modelos clásicos de regresión, los modelos lineales generalizados (GLM, Generalized Linear models, McCullagh y Nelder, 1989) y los modelos aditivos generalizados (GAM, Generalized Additive Models, Hastie y Tibshirani, 1990). Los modelos STAR son modelos muy flexibles que permiten modelar efectos no lineales de las covariables continuas, interacciones, efectos aleatorios, datos clúster, o incluso efectos espaciales o temporales.

Explícitamente, la fórmula general de los modelos STAR toma la forma (Fahrmeir et al.,2013):

$$\eta = v'\alpha + f_1(v_1) + \cdots + f_q(v_q) + f_{spat}(s) + b_s,$$

donde η es una variable transformada de la respuesta original; $v'\alpha$ denota los efectos paramétricos α de covariables, v; $f_i, i = 1, \ldots, q$ son funciones desconocidas suaves que nos permiten modelar efectos no lineales de las covariables contínuas. $f_{spat}(s)$, representa efectos espaciales correlacionados de regiones s y b_s denota efectos espaciales no estructurados incorrelados.

La inferencia de los modelos STAR se puede realizar mediante métodos puramente Bayesianos, o aproximaciones empíricas. En este trabajo nos centraremos en la inferencia empírica, en la cual, tanto la varianza como los parámetros de suavizado se consideran constantes desconocidas y se estiman mediante aproximaciones REML (Restricted Maximun Likelihood). En este contexto, los efectos no lineales de las covariables continuas, se modelarán mediante versiones bayesianas de los splines penalizados (P-splines; Fahrmeir, Kneib y Lang, 2004), mientras que los efectos espaciales correlacionados se estimarán empleando campos aleatorios gaussianos de Markov (Rue y Held, 2005). Finalmente, supondremos que los efectos espaciales no estructurados incorrelados siguen una distribución a priori gaussiana.

En este trabajo se aplicarán los modelos STAR con respuesta poisson para estudiar la tasa del síndrome de abstinencia al alcohol en Galicia (González-Quintela et al., 2010). La abstinencia al alcohol es uno de los problemas más frecuentes en el medio hospitalario con importantes repercusiones sobre la evolución clínica de los pacientes, sin embargo, es una enfermedad que recibió poca atención en los últimos años (Suwaki et al., 2001). En este trabajo, estudiaremos posibles factores socioeconómicos de riesgo, además de analizar las posibles tendencias espaciales mediante la realización de mapas de riesgo.

Por último, se discutirán los aspectos computacionales de su estimación utilizando el software de acceso libre, BayesX (Brezger, Kneib, and Lang, 2005) especialmente diseñado para la estimación de los modelos STAR, como interface gráfico se usará el programa estadístico, R.

Referencias

[1] A. Brezger, T. Kneib and S. Lang: BayesX: Analyzing Bayesian structured additive regression models. *Journal of Statistical Software*,**14** (11) (2005).

[2] L. Fahrmeir, T. Kneib, , and S. Lang: Penalized structured additive regression for space-time data: a bayesian perspective.*Statistica Sinica* **14** (2004), 715–745.

[3] L. Fahrmeir , T. Kneib , S. Lang and B. Marx: *Regression. Models, methods and Applications.* Springer, Heidelberg, Berlin, 2013.

[4] T.J. Hastie, and R.J. Tibshirani: *Generalized Additive Models.* Chapman-Hall, London, UK, 1990.

[5] P. McCullagh and J.A. Nelder: *Generalized Linear Models.* Chapman-Hall/CRC, New York/Boca Raton, 1989.

[6] H. Rue and L. Held: *Gaussian Markov Random Fields.* Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2005.

[7] H. Suwaki, H. Kalant, S. Higuchi, J.C. Crabbe, S. Ohkuma, M. Katsura, et al. : Recent Research on alcohol tolerance and dependence. *Alcohol. Clin. Exp. Res.* **25** *(5 Suppl) (2001), 189S–196S.*

[1]Departamento de Estadística e Investigación Operativa.
Universidad de Santiago de Compostela
Facultad de Medicina, C/San Francisco s/n, 15782, Santiago de Compostela, España
jenifer.espasandin@rai.usc.es, carmen.cadarso@usc.es

[2]Chair of Statistics
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 5, 37073, Göttingen, Germany
tkneib@uni-goettingen.de

[3]Unidad de Epidemiología Clínica
Hospital Clínico Universitario
15782, Santiago de Compostela, España
francisco.gude.sampedro@sergas.es

[4]Departamento de Medicina Interna
Hospital Clínico Universitario
15782, Santiago de Compostela, España
arturo.gonzalez.quintela@sergas.es

5 electrones

Ujué Etayo Rodríguez[1]

Imaginemos un conjunto de cinco electrones moviéndose en la superficie de una esfera. En un primer instante, pueden encontrarse todos juntos entorno a un punto de la superficie, luego, pueden moverse hacia los lados, pueden situarse los cinco en una circunferencia sobre la superficie, pueden separarse más y más... De hecho ¿cuánto es lo máximo que pueden separarse unos de otros? Dicho de una manera algo más formal, ¿cual es el máximo del producto de las distancias entre cada dos pares de electrones? Esta pregunta, de fácil enunciado no fue contestada correctamente hasta hace apenas dos años, nada en comparación con los cien años que llevaba abierta. La pregunta forma parte de un conjunto de muchas otras que se interrogan sobre la buena colocación de un número fijo de puntos en la esfera. En este póster abordaremos la cuestión para el caso de cinco puntos estudiando las respuestas parciales que se han encontrado y describiremos una aportación novedosa sobre la relación entre este problema y el estudio de polinomios bien condicionados.

Referencias

[1] Dragnev, Peter D and Legg, DA and Townsend, DW: Discrete logarithmic energy on the sphere, *Pacific journal of mathematics* **207** (2) (2002), 345–358.

[2] Diego Armentano and Carlos Beltrán and Michael Shub: Minimizing the discrete logarithmic energy on the sphere: the role of random polynomials, *Transactions of the American Mathematical Society* **363** (6) (2011), 2955–2965.

[3] Bondarenko, A.V. and Hardin, D.P. and Saff, E.B.: Mesh ratios for best-packing and limits of minimal energy configurations, *Acta Mathematica Hungarica* **142** (1) (2014), 118-131.

[1]Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Avda. Los Castros, s/n. 39005 Santander
`ujue.etayo@gmail.com`

Indicadores de comprensión del concepto de variable matemática

José Manuel Huertas Fernández[1], **Gloria Sánchez-Matamoros García**[1], **José María Gavilán Izquierdo**[1]

El amplio abanico de situaciones y significados con los que se hace visible convierte el concepto de variable en una de las ideas fundamentales y de más dificultades de comprensión de la matemática desde la escuela elemental hasta la universidad (Usiskin,1998). Este trabajo de investigación tiene como principal objetivo caracterizar algunos indicadores de comprensión del concepto de variable en estudiantes preuniversitarios. Usamos el referente teórico propuesto por Piaget y García (1983) para desarrollar un esquema mediante un mecanismo denominado abstracción reflexiva y a través de tres fases (triada): Intra, Inter, Trans. Este mecanismo cognitivo permite a los individuos generar de manera paulatina conexiones entre diferentes ítems cognitivos mediante dos procesos. Por una parte, una proyección de algo conocido en un nivel hacia otro nivel y, por otra, una reflexión en el sentido de una reconstrucción cognitiva.

Este modelo de construcción de conocimientos ha sido adaptado y aplicado a diferentes tópicos a lo largo de estos últimos años. Recientes investigaciones afirman que el desarrollo de un esquema a través de la triada se caracteriza por el tipo de relación – coordinación de operaciones en términos piagetianos – que los estudiantes son capaces de establecer entre los elementos matemáticos del esquema cuando resuelven un problema (Baker; Cooley; Trigueros, 2000; Clark; Cordero; Cottrill; Czarnocha; DeVries; St John; Vidakovic, 1997; Sánchez-Matamoro; García; Llinares, 2006; Boigues, 2010).

A partir de la literatura revisada, hemos llevado a cabo una metodología que parte de un análisis cualitativo de un protocolo distribuido a 100 estudiantes de secundaria que incorpora los principales significados y modos de representación de la variable en esta etapa educativa. El análisis inductivo de las respuestas se ha llevado a cabo mediante dos fases que nos han llevado a configurar un marco teórico adecuado para nuestro objetivo.

Los resultados obtenidos subrayan la diferencia en la demanda cognitiva de los distintos significados de la variable, como ya adelantara el proyecto CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science project) y que la construcción de este concepto debería incluir todos los significados y la posibilidad de pasar de uno a otro con cierta flexibilidad (Trigueros; Ursini, 2006). Nuestros datos también nos permiten identificar la traslación del significado, la traslación del modo de representación y el uso de determinados elementos matemáticos como descriptores teóricos que ayudan a explicar la transición entre los distintos niveles de comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes tratan de resolver problemas.

Referencias

[1] B. Baker, L. Cooley, M. Trigueros: A calculus graphing schema, *Journal for Research in Mathematics Education* **31** (5) (2000),557–578.

[2] F. J. Boigues: *El desarrollo de un esquema sobre la integral definida en universitarios de ingeniería y medio ambiente*. Tesis doctoral, Universidad de Alicante, 2010.

[3] J. M. Clark, F. Cordero, J. Cottrill, B. Czarnocha, D. J. DeVries, D. St John, D. Vidakovic: Constructing a schema: The case of the chain rule?, *The Journal of Mathematical Behavior* **16** (4) (1997), 345–364.

[4] D. Küchemann: *The understanding of generalised arithmetic (algebra) by secondary school children*.Tesis (Doctoral en Filosofía) sin publicar, Ciudad, 1980./University of London, London, 1980.

[5] J. Piaget, R. García: *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Siglo XXI editors s.a., Madrid, 1983.

[6] G. Sánchez-Matamoros, M. García, S. Llinares: El desarrollo del esquema de derivada, *Enseñanza de las Ciencias* **24** (1) (2006),85–98.

[7] J. G. Suárez, I. S. Alex, J. L. L. Gómez: Use of Letters as a Source of Errors for University Students in Solving Algebraic Tasks, *Bolema* **28** (50) (2014),15–45.

[8] S. Ursini, M.Trigueros: Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas?, *Educación Matemática* **18** (3) (2006), 5–38.

[9] Z. Usiskin: *The ideas of algebra, K-12 Conceptions of school algebra and uses of variables*, 8–19, NCTM, 1988. A. Coxford, Reston VA, 1988.

[1]Departamento de Didáctica de las Matemáticas
Universidad de Sevilla
Facultad de Ciencias de la Educación C/ Pirotecnia s/n - 41013, Sevilla
jmhuefer@upo.es
gsanchezmatamoros@us.es
gavilan@us.es

A characterization of completeness in normed spaces and a study of cluster points using $f-$statistical convergence

Maria del Carmen Listá-García[1]

This paper provides a characterization of completeness in normed spaces in terms of $f-$statistical convergence, being a generalization of the classical statistical convergence. Moreover, it is introduced the concept of $f-$statistical cluster point, richer than the classic one. Namely, each (usual) limit point of a sequence is an $f-$statistical cluster point for some modulus f.

Referencias

[1] A. Aizpuru, M. C. Listán-García and F. Rambla-Barreno: Density by moduli and statistical convergence, *Quaest. Math.* **37** (2014), 525–530.

[2] A. Aizpuru, M. C. Listán-García and F. Rambla-Barreno: Double density by moduli and statistical convergence, *Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin.* **19** (2013), no. 4, 663–673.

[3] J. Connor, M. Ganichev and V. Kadets: A characterization of Banach spaces with separable duals via weak statistical convergence, *J. Math. Anal. Appl.* **244** (2000), 251–261.

[4] H. Fast: Sur la convergence statistique, *Colloq. Math.* **2** (1951), 241–244.

[5] J. Fridy: On statistical convergence, *Analysis* **5** (1985), 301–313.

[6] J. Fridy: Statistical limit points, *Proc. Amer. Math. Soc.* **118** (1993), 1187–1192.

[7] A.R. Friedman and J.J. Sember: Densities and Summability, *Pacific J. Math.* **95** (1981), 293–305.

[8] E. Kolk: The statistical convergence in Banach spaces, *Acta Et Commentationes Univ. Tartuensis* **928** (1991), 41–52.

[9] I.J. Maddox: Sequence spaces defined by a modulus, *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* **100** (1986), no. 1, 161–166

[10] I. J. Maddox: Statistical convergence in a locally convex space. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* **104** (1988), no. 1, 141–145.

[11] F. Moricz: Statistical convergence of multiple sequences, *Arch. Math.* **81** (2003), 82–84.

[12] H. Nakano: Concave modulars, *J. Math. Soc. Japan* **5** (1953), 29–49.

[13] S. Pehlivan: Strongly almost convergent sequences defined by a modulus and uniformly statistical convergence, *Soochow J. Math.* **20** (1994), no.2, 205–211.

[14] S. Pehlivan, A. Güncan and M.A Mamedov: Statistical cluster points of sequences in finite dimensional spaces, *Czechoslovak Math. J.* **54(129)** (2004), no. 1, 95–102.

[15] D. Rath and B.C. Tripathy: On statistically convergent and statistically Cauchy sequences, *Indian J. pure appl. Math.* **25(4)** (1994), 381–386.

[16] W.H. Ruckle: FK spaces in which the sequence of coordinate vectors is bounded, *Can. J. Math.* **25** (1973), 973–978.

[17] H. Steinhaus: Sur la convergence ordinaire et la convergence asymptotique, *Colloq. Math.* **2** (1951), 73–74.

[1]Departamento de matemáticas
Universidad de Cádiz
Facultad de Ciencias, Campus Universitario Río San Pedro s/n. 11510 Puerto Real, Cádiz
`mariadelcarmen.listan@uca.es`

Sobre la distribución de los ceros de polinomios exponenciales

Alejandro Mas[1], **Juan Matías Sepulcre**[1]

Una clase particular de funciones analíticas la forman las funciones casi-periódicas: una potente teoría introducida por Harald Bohr que se maneja especialmente con tal de estudiar la distribución asintótica de los ceros de tales funciones. A su vez, las funciones enteras más representativas de esta clase de funciones casi-periódicas son los polinomios exponenciales, que constituyen una generalización de los polinomios trigonométricos complejos. El estudio de los ceros de los polinomios exponenciales, y más en concreto su distribución, es un tema de trabajo que aparece ya en el primer tercio del siglo XX en relación con el desarrollo de la teoría de ecuaciones diferenciales. En este trabajo, en formato póster, estudiaremos las propiedades más importantes que presentan los polinomios exponenciales de coeficientes y frecuencias complejas, y nos centraremos especialmente en el estudio de la distribución asintótica de sus ceros.

Referencias

[1] Ahlfors, L.V.: *Complex analysis*. McGraw-Hill, New York, 1979.

[2] Bohr H.: *Almost Periodic Functions* Chelsea, New York, 1947.

[3] Levin, B.J.: *Distribution of Zeros of Entire Functions*. Amer. Math. Soc., Providence, 1980.

[4] Mora G., Sepulcre J.M.: The critical strips of the sums $1 + 2^z + \ldots + n^z$. *Abstr. Appl. Anal.* (2011); vol. 2011, Article ID 909674: 15 pages.

[5] Mora, G.; Sepulcre, J.M.; Vidal, T.: On the existence of exponential polynomials with prefixed gaps. *Bull. Lond. Math. Soc.*, **45** (6), (2013) 1148–1162.

[6] Pólya, G.: Geometrisches über die Verteilung der Nullstellen gewisser ganzer transzendenter Funktionen; Munch. Sitzungsber., **50**, (1920) 285–290 .

[1]Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Alicante
03080 Alicante, Spain
`alex73@hotmail.es`, `JM.Sepulcre@ua.es`

Natural operations on differential forms

J. Navarro[1], **J. B. Sancho**[1]

In this poster, I explain the main results in [3], which, roughly speaking, say that the only natural operations between differential forms are those obtained using linear combinations, the exterior product and the exterior differential. These results generalise work by Palais ([4]) and Freed-Hopkins ([1]).

As an application, I also obtain a theorem, originally due to Kolář ([2]), that determines those natural differential forms that can be associated to a connection on a principal bundle.

Referencias

[1] Freed, D. S.; Hopkins, M. J.: Chern-Weil forms and abstract homotopy theory, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **50** (2013), 431–468

[2] Kolář, I.: Gauge-natural forms of Chern-Weil type, *Ann. Global Anal. Geom.* **11**, 41-47 (1993)

[3] Navarro, J.; Sancho, J. B.: Natural operations on differential forms, *Diff. Geom. App.*, **38** (2015) 159–174

[4] Palais, R. S. Natural operations on differential forms, *Trans. Amer. Math. Soc.* **92**, 125–141 (1959)

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad de Extremadura
Avda. de Elvas
navarrogarmendia@unex.es

laminates meet condition n

Marcos de la Oliva[1]

Let $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ be a domain, and $\alpha \in (0,1)$. We will show that there exists a convex function u such that ∇u is a homeomorphism, equals the identity on the border of Ω, and belongs to $C^\alpha(\Omega) \cap W^{1,p}(\Omega)$ for all $p < n$, however $\det(D\nabla u) = 0$ a.e.

This improves previous results of a recent series of papers of Hencl and Cerny. Our approach is strictly different, and based on the theory of laminates.

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
marcos.delaoliva@uam.es

Grupos factorizados y clases de conjugación.

Víctor Manuel Ortiz Sotomayor[1], **María José Felipe Román**[1], **Ana Martínez Pastor**[1]

El estudio de la estructura de grupos factorizados a partir de los tamaños de las clases de conjugación de ciertos elementos de los factores es un tema novedoso y poco investigado. Presentamos algunos avances en este tópico, que extienden y proporcionan pruebas alternativas de algunos resultados clásicos.

[1]Departamento de Matemática Aplicada,
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industriales,
Universidad Politécnica de Valencia,
Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España,
vicorso@posgrado.upv.es, mfelipe@mat.upv.es, anamarti@mat.upv.es

$\mathcal{A}_e$-codimension of a map germ and the vanishing topology

Irma Pallarés Torres[1]

We are going to prove some results for smooth or holomorphic map germs ($\mathbb{R}$ or $\mathbb{C}$, respectively) $f : (\mathbb{K}, S) \to (\mathbb{K}^2, 0)$, where $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ or $\mathbb{C}$. The $\mathcal{A}_e$-codimension of a germ f is an $\mathcal{A}$-invariant, it permits us classify different types of singularities. We will prove a first theorem that relates the $\mathcal{A}_e$-codimension of f with the codimension in $\mathbb{R}^3$ of the set of viewpoints for a type of singularity X, $View(X)$. Later, we will talk about the vanishing topology and we will define the image Milnor number of f, $\mu_I(f)$. We will prove a second result that says that the $\mathcal{A}_e$-codimension of f is less than or equal to $\mu_I(f)$, and with equality if and only if f is a quasihomogeneous germ. These two results permit us prove a simple formula for calculating the codimension in $\mathbb{R}^3$ of $View(X)$ using the number of branches and the maximum number of nodes in a neighbourhood of the singularity. In higher dimensions, the second theorem is true for germs $f : (\mathbb{K}, S) \to (\mathbb{K}^2, 0)$ and $f : (\mathbb{K}^2, S) \to (\mathbb{K}^3, 0)$, however it is conjectured for higher dimensions.

Referencias

[1] J. Martinet: *Singularities of smooth functions and mappings*. London Math. Soc. Lecture Notes in Math. 58, Cambridge University Press, 1982.

[2] M. Golubitsky, V. Guillemin: *Stable mappings and their singularities*. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 14. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1973.

[3] D. Mond: Looking at bent wires: $\mathcal{A}_e$-codimension and the vanishing homology of parametrised plane curve singularities, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* (117) (1995), 213-222.

[4] D. Mond: Vanishing cycles for analytic maps. *Singularity Theory and Applications*, Warwick 1989, Springer Lecture Notes in Math. 1462 (1991), 221-234.

[5] J. M. S. David: Projection-generic curves. *J. London Math. Soc.*, (27) (1983), 52-562.

[1]Departamento de Geometría y Topología, Universidad de Valencia
C/ Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot, Valencia
irma_pallares@hotmail.com

On co-polynomials on the real line

Jorge Rivero[1], **Kenier Castillo**[2], **Francisco Marcellán**[3]

In this paper, we study new algebraic and analytic aspects of orthogonal polynomials on the real line when finite modifications of the recurrence coefficients, the so-called co-polynomials on the real line, are considered. We investigate the behavior of their zeros, mainly interlacing and monotonicity properties. Furthermore, using a transfer matrix approach we obtain new structural relations, combining theoretical and computational advantages. Finally, a connection with the theory of orthogonal polynomials on the unit circle is pointed out.

Referencias

[1] W. R. Allaway, The identification of a class of orthogonal polynomial sets, Ph.D. Thesis, Univ. Alberta, Edmonton, 1972.

[2] G.E. Andrews, R. Askey, R. Roy, Special Functions, Vol. 71, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

[3] S. Belmehdi, On the associated orthogonal polynomials, J. Comput. Appl. Math. 32 (1990) 311-319.

[4] T. S. Chihara, An Introduction to Orthogonal Polynomials, Gordon and Breach, New York - London - Paris, 1978.

[5] T. S. Chihara, On co-recursive orthogonal polynomials, Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957) 899-905.

[6] K. Castillo, Monotonicity of zeros for a class of polynomials including hypergeometric polynomials. Submitted.

[7] K. Castillo, On perturbed Szegő recurrences, J. Math. Anal. Appl. 411 (2014) 742-752.

[8] J. Dini, P. Maroni and A. Ronveaux, Sur une perturbation de la récurrence vérifiée par une suite de polynômes orthogonaux, Portugal. Math. 46 (1989) 269-282.

[9] W. Erb, Optimally space localized polynomials with applications in signal processing, J. Fourier Anal. Appl. 18 (2012) 45-66.

[10] W. Erb, Accelerated Landweber methods based on co-dilated orthogonal polynomials, Numer. Algorithms (2014). DOI: 10.1007/s11075-014-9842-z.

[11] Ya. L. Geronimus, Orthogonal polynomials: Estimates, asymptotic formulas, and series of polynomials orthogonal on the unit circle and on an interval, Consultants Bureau, New York, 1961.

[12] Ya. L. Geronimus, Polynomials orthogonal on a circle and their applications, Amer. Math. Soc. Translation, Series 1, Vol. 3 (1962) 1-78. Translation of the Russian original 1948.

[13] M. E. H. Ismail, Classical and quantum orthogonal polynomials in one variable, Vol. 98, Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.

[14] J. Letessier, Some results on co-recursive associated Laguerre and Jacobi polynomials, SIAM J. Math. Anal. 25 (1994) 528-548.

[15] F. Marcellán, J.S. Dehesa, A. Ronveaux, On orthogonal polynomials with perturbed recurrence relations, J. Comput. Appl. Math. 30 (1990) 203-212.

[16] Maroni, P, Une Théorie Algebrique des Polynômes Orthogonaux: Applications aux Polynômes Orthogonaux Semi-classiques, in: C. Brezinski et al. (eds.), Orthogonal Polynomials and Their Applications, IMACS Annals on Comput. and Appl. Math. 9, J.C. Baltzer AG, Basel (1991) 98–130.

[17] L. M. Milne-Thomson, The Calculus of Finite Differences, Amer. Math. Soc. Chelsea Publishing, Providence, R. I., 2000.

[18] F. Peherstorfer, Finite perturbations of orthogonal polynomials, J. Comput. Appl. Math. 44 (1992) 275-302.

[19] G. Sansigre and G. Valent, A large family of semi-classical polynomials: The perturbed Chebyshev, J. Comput. Appl. Math. 57 (1995) 271-281.

[20] J. Shohat, Théorie Générale des Polynômes Orthogonaux de Tchebichef, Vol. 61, Mémorial des Sciences Mathématiques, Paris, 1934.

[21] B. Simon, Orthogonal polynomials on the unit circle, 2 vols., Amer. Math. Soc. Coll. Publ. Series, Vol. 54, Amer. Math. Soc., Providence, R. I., 2005.

[22] B. Simon, Szegő's theorem and its descendants: Spectral theory for L^2 perturbations of orthogonal polynomials, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2011.

[23] H. A. Slim, On co-recursive orthogonal polynomials and their application to potential scattering, J. Math. Anal. Appl. 136 (1988) 1-19.

[24] T. J. Stieltjes, Recherches sur les fractions continues, Ann. Fac. Sci. Toulouse 8 (1894) J1-122.

[25] T. J. Stieltjes, Recherches sur les fractions continues, Ann Fac. Sci. Toulouse 9 (1895) A1-47.

[26] G. Szegő, Orthogonal polynomials, Amer. Math. Soc. Coll. Publ., Vol. 23, Amer. Math. Soc., Providence, R. I., Fourth Edition 1975.

[27] G. Szegő, Über die Entwicklung einer analytischen Funktion nach den Polynomen eines Orthogonalsystems, Math. Ann. 82 (1921) 188-212.

[28] W. Van Assche, Orthogonal polynomials, associated polynomials and functions of the second kind, J. Comput. Appl. Math. 37 (1991) 237-249.

[29] A. Zhedanov, Rational spectral transformations and orthogonal polynomials, J. Comput. Appl. Math. 85 (1997) 67-86.

[1]Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid
28911 Leganés, Madrid, Spain
jorivero@math.uc3m.es

[2]Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Estadual Paulista
15054-000 São José do Rio Preto, São Paulo, Brazil
kcastill@math.uc3m.es

[3]Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT) and Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
28911 Leganés, Madrid, Spain
pacomarc@ing.uc3m.es

Expanding Riemannian manifolds and minimal submanifolds

Juan J. Salamanca[1]

In this poster, I study some features of the Geometry at first order. Usually, geometrical properties of a Riemannian manifold are stated by curvature conditions. Here, our approach is different: by means of a natural first-order tensor field.

We define a new class of Riemannian manifolds, depending on a global behavior of this tensor field. Some of its more outstanding properties are highlighted. We can prove that a small enough set of any Riemannian manifold belongs to this family. Another classical family of manifolds that fixes also in this class are the Cartan-Hadamard manifold.

By considering minimal submanifolds we obtain interesting information of a Riemannian manifold. Our goal is to prove that, in the class of Riemannian manifolds stated, any minimal submanifold must be contained in a leaf of a distinguished foliation.

The power of the new techniques developed appears clearer when we focus our attention in two cases: the compact and the Cartan-Hadamard.

On one hand, we obtain that for any compact Riemannian manifold there exists an associated number in $(0, 1)$ which provides information about the size of minimal submanifolds. For the round sphere, we compute that this number is a half. It is suggested if this fact can provide another characterizarion for the round sphere.

On the other hand, for a simply-connected Cartan-Hadamard manifold we discover two new features. First, we prove that there exist no compact minimal submanifold. The other feature resembles a maximum principle. It is known that, in $\mathbb{R}^n$, no minimal submanifold can attain a strict maximum point (seen locally as a graph). We prove that the same behavior holds for a Cartan-Hadamard manifold. Moreover, it does not happen in another manifolds, even requering curvature boundedness hypothesis. Hence, failing its extension to another kind of manifolds.

Referencias

[1] R.M. Rubio, J.J. Salamanca: *Uniqueness and non-existence of minimal submanifolds* (submitted).

[1]Departamento de Matemáticas Universidad de Córdoba
Campus de Rabanales, 14071 Córdoba
`jjsalamanca@uco.es`

La clasificación de Turkowski revisada

Laura Soria García[1], **Pilar Benito**[1]

En 1992, P. Turkowski [3] clasifica las álgebras de Lie reales 9-*dimensionales* e indescomponibles que admiten un factor de Levi no trivial. La descripción de tales álgebras, se hace mediante constantes de estructura y las previas clasificaciones de álgebras resolubles de dimensión 6, dadas por G. M. Mubararakzyanov en [2], y la teoría de representación de las álgebras simples reales 3-*dimensionales* $\mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$ y $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$. El álgebra de matrices reales de traza cero $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$, con base estándar $\langle e, f, h\rangle$, se puede identificar con la subálgebra de derivaciones parciales de un anillo de polinomios $\mathbb{R}[X, Y]$, mediante la asignación:

$$\varphi(e) := X\frac{\partial}{\partial Y},\ \varphi(f) := Y\frac{\partial}{\partial X} \quad \texttt{y} \quad \varphi(h) := X\frac{\partial}{\partial X} - Y\frac{\partial}{\partial Y}.$$

Utilizando polinomios homogéneos reales en las variables X, Y y los operadores de transvección definidos en [1], se pueden describir todos los $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$- *módulos* irreducibles y obtener productos binarios entre pares de irreducibles, que permiten construir álgebras de Lie y, en particular, recuperar la clasificación de Turkowski.

Referencias

[1] J. Dixmier: Certaines algèbres non-associatives simples définies par la transvection des formes binaires, *J. Reine Angew. Math.* **346** (1984), 110-128.

[2] G. M. Mubarakzyanov: Classification of 6-dimensional Lie algebras wich posses a nilpotent basis element, *Izv. Vyssh. Ucheb Zaved. Mat.* **4** (35) (1963), 104-106.

[3] P. Turkowski: Structure of Lie algebras, *Linear Algebras and its Appl.* **171** (1992), 197-212.

[1]Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Luis de Ulloa s/n, Logroño, La Rioja-26004
laurasoriagarcia@hotmail.com, pilar.benito@unirioja.es