



## Condiciones suficientes para la comparación de distribuciones

Carolina Martínez Riquelme<sup>1</sup>, Félix Belzunce Torregrosa<sup>1</sup>, José María Ruiz Gómez<sup>1</sup>

Uno de los principales objetivos de la Estadística y la Probabilidad es la comparación de variables aleatorias. Estas comparaciones están principalmente basadas en medidas asociadas a dichas variables como las medias, medianas o varianzas. En muchas situaciones, estas comparaciones no resultan muy informativas, por lo que sería de interés establecer criterios de comparación más elaborados, lo que ha motivado el desarrollo de la teoría de ordenaciones estocásticas. Dicha teoría está formada por diversos criterios que comparan distintas características asociadas a las variables, las cuáles se miden mediante funciones de interés en contextos tales como fiabilidad, riesgos y economía. Estas funciones están definidas en términos de integrales incompletas de las funciones de supervivencia o cuantil. Sin embargo, dichas integrales no siempre tienen expresión explícita, lo cual dificulta el estudio. A pesar de poder verificar otras ordenaciones más fuertes, hay muchos casos que no están cubiertos por ninguna herramienta existente en la literatura, puesto que todas las ordenaciones son parciales. Por esta razón, una de las principales líneas de investigación dentro de este tópico es el estudio de condiciones suficientes para los distintos criterios, que sean fáciles de verificar en las situaciones en las que las variables no se ordenen en ningún criterio más fuerte. Por ejemplo, el conocido orden creciente convexo se verifica cuando las integrales incompletas de las funciones de supervivencia están ordenadas. Sin embargo, existen muchas situaciones en las que estas integrales no tienen expresión analítica. En este caso, se puede verificar el orden estocástico, que es un criterio de comparación de localización más fuerte que el orden creciente convexo, el cual se cumple cuando se ordenan las funciones de supervivencia. Este criterio es fácil de verificar siempre que las funciones de supervivencia tengan expresión explícita, pero incluso en los casos en los que no la tienen, existen condiciones suficientes en términos de las funciones de densidad. El problema es que, como ya se ha dicho, las variables no tienen por qué estar ordenadas estocásticamente. Para el orden creciente convexo existen las condiciones de Karlin-Novikov que siempre se pueden verificar, ya que se establecen en términos de los puntos de corte entre las funciones de supervivencia, cuantiles o de densidad.

El principal objetivo de la charla es, continuando esta línea de investigación, dar condiciones suficientes para algunos de los órdenes más importantes en la literatura: el vida media residual, el total time on test transform, el excess wealth y el expected proportional shortfall. En detalle, lo que hacemos es estudiar condiciones suficientes para estos criterios en aquellas situaciones en las que no se verifican los órdenes más fuertes (el razón de fallo, el estocástico, el dispersivo y el estrella). Salvo el estocástico, estos criterios más fuertes están definidos en términos de la monotonía del cociente (o la diferencia) de las funciones de supervivencia (o cuantiles). El objetivo es establecer las condiciones suficientes para los criterios mencionados en términos de los extremos relativos de dichas funciones, lo cual es menos restrictivo que la monotonía de las mismas. Dichas condiciones se aplican para ordenar distintas familias paramétricas conocidas de interés en fiabilidad, riesgos y economía.

<sup>1</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad de Murcia

Facultad de Matemáticas, Espinardo, Murcia, 30100

carolina.martinez7@um.es, belzunce@um.es, jmruiizzo@um.es