P3. Componente horizontal del campo magnético terrestre

Objetivo

Obtener el valor de la componente horizontal del campo magnético terrestre.

Material

Pila de 4,5 V.
Potenciómetro de 1000 Ω.
Multímetro digital (miliamperímetro).
Cables de conexión.
Brújula.
Bobinas Helmholtz.

Fundamento

EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

La Tierra se comporta como un gigantesco imán con dos polos magnéticos situados en la actualidad relativamente próximos a los polos geográficos. Esto origina que en cualquier lugar del planeta exista un campo magnético B_T cuya dirección forma siempre un ángulo con la superficie terrestre, llamado *inclinación magnética*, α. El vector $\vec{B}_T$ puede descomponerse en dos componentes, una vertical B_V y otra horizontal B_H. El ángulo que forma el norte geográfico con B_H en un lugar concreto de la superficie terrestre es la *declinación magnética*, δ, de ese lugar. La brújula señala la dirección de esta componente horizontal, pero no proporciona el valor del módulo del vector.

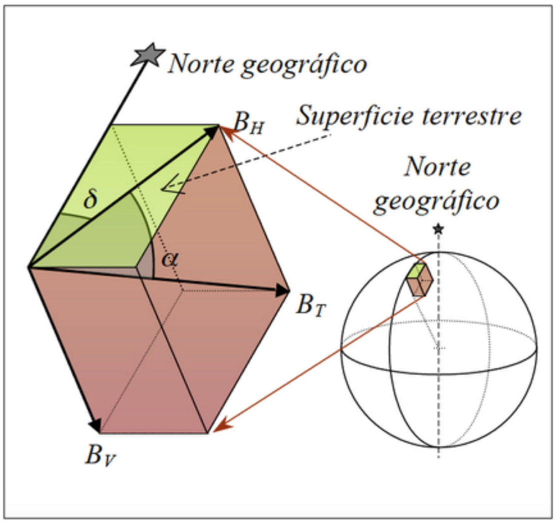


Figura 1

BOBINAS HELMHOLTZ

Las bobinas de Helmholtz son un par de bobinas iguales, situadas en planos paralelos, separadas una distancia igual al radio de las bobinas, r, y recorridas por corrientes iguales en el mismo sentido. Bajo esta condición el campo magnético en la zona central de las mismas es bastante uniforme, y su valor es

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N I}{r} \qquad (1)$$

donde B es la intensidad del campo magnético, cuya unidad en el sistema internacional es el tesla (T), μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, N es el número de espiras de cada una de las bobinas, e I es la intensidad eléctrica.

Se ha realizado el montaje que se muestra en la figura 2. La brújula se encuentra en el centro de las bobinas y en su eje, y cuando la pila no está conectada, el campo magnético, B, producido por las bobinas es cero. Por lo tanto, el único campo magnético que afecta a la brújula es la componente horizontal del campo magnético terrestre, B_H. En estas condiciones, el conjunto formado por las bobinas y la brújula se ha orientado cuidadosamente hasta que el círculo graduado de la brújula marque un ángulo θ = 0.

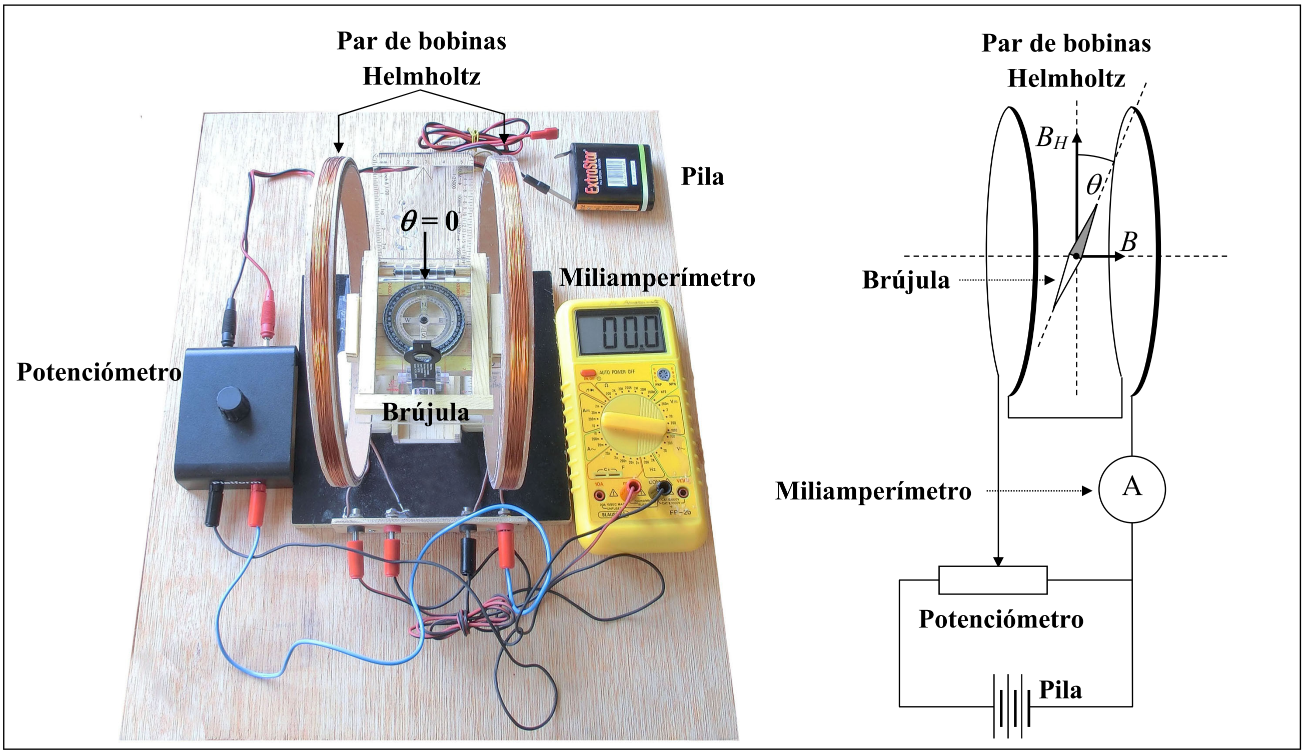


Figura 2

Al conectar la pila, la corriente que circula por las bobinas, origina un campo magnético, B, y la brújula gira un ángulo, θ, de modo que

$$\tan\theta = \frac{B}{B_H} \qquad (2)$$

Procedimiento

1) A partir de las expresiones (1) y (2), escriba una nueva expresión que muestre una dependencia de I en función de θ.

2) Montado el dispositivo, se gira el potenciómetro para tomar medidas de la intensidad eléctrica, I. Para cada valor de la intensidad la brújula muestra un ángulo θ. Los resultados obtenidos en una determinada localidad española se muestran en las fotografías recogidas en la figura 3, donde las intensidades están en miliamperios.

Traslade los valores que aparecen en la figura 3 a una tabla como la siguiente:

	I (A)	θ (º)	
1			
2			
3			
…			

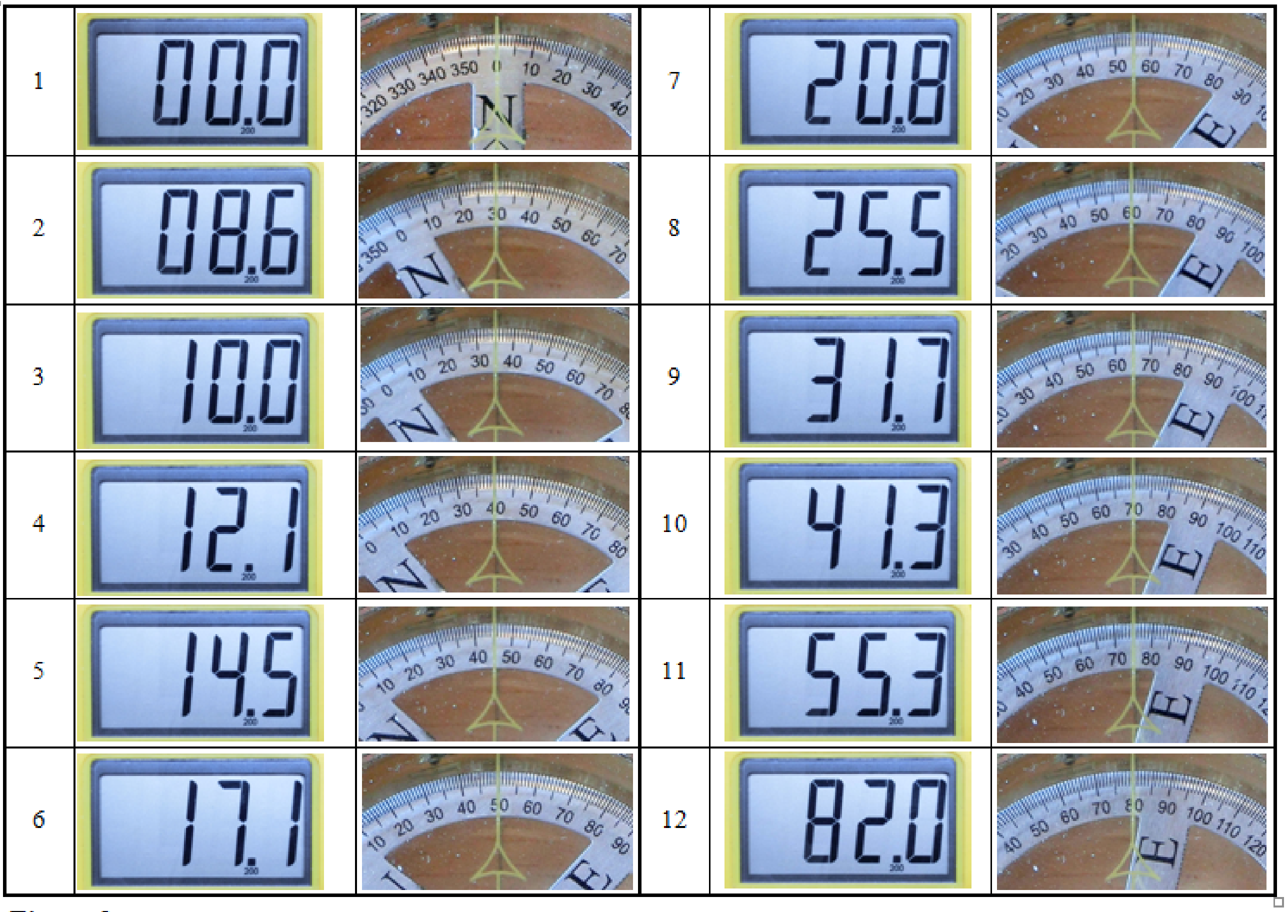


Figura 3

3) Anote en la tercera columna de la tabla los correspondientes valores de la función de θ.

4) Represente gráficamente los puntos correspondientes a esa dependencia lineal, con la intensidad eléctrica en el eje de ordenadas.

5) Obtenga el valor de la pendiente, p, de la recta que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica.

6) Haga una estimación de la incertidumbre de la pendiente, Δp.

7) Sabiendo que r = 9,50 ± 0,05 cm, N = 185 espiras y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N·A^{-2}, halle el valor de la componente horizontal del campo magnético, B_H, en el lugar donde se han tomado las medidas.

8) Haga una estimación de la incertidumbre de la componente horizontal del campo magnético terrestre, ΔB_H.

P3 Solución

1) Sustituyendo (1) en (2) se tiene: $\tan\theta = \dfrac{8}{5\sqrt{5}}\dfrac{\mu_0 N I}{r B_H}$

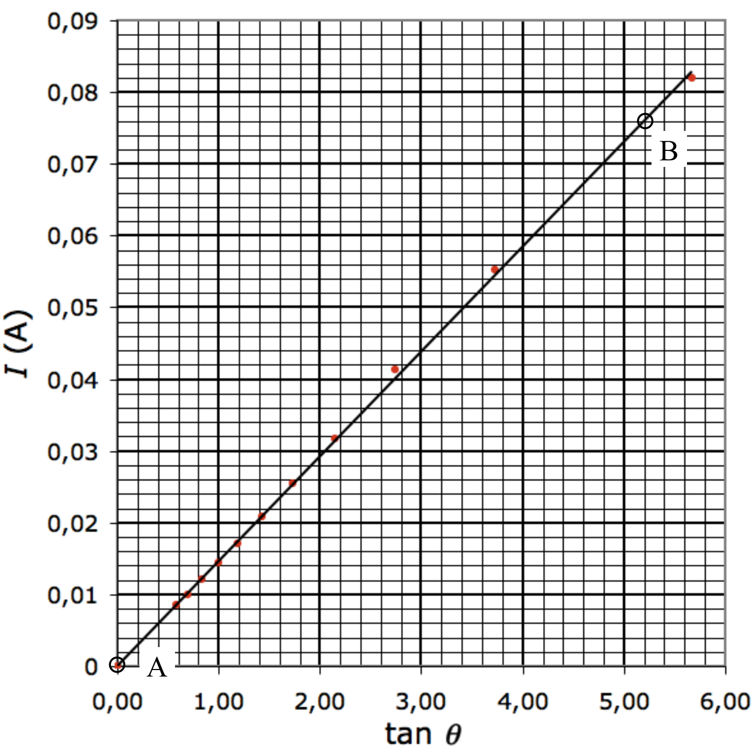
Despejando, obtenemos la intensidad en función del ángulo:

$$I(\theta) = \frac{5\sqrt{5}\, r B_H}{8\mu_0 N}\tan\theta \qquad (3)$$

2-3) De la figura 3 leemos los valores de intensidad, convirtiendo de miliamperios a amperios, y los valores del ángulo a partir de la lectura de la brújula. La tercera columna es la función tangente del ángulo.

	I (A)	θ (º)	tan θ
1	0	0	0,000
2	$0{,}86 \times 10^{-2}$	30	0,577
3	$1{,}00 \times 10^{-2}$	35	0,700
4	$1{,}21 \times 10^{-2}$	40	0,839
5	$1{,}45 \times 10^{-2}$	45	1,000
6	$1{,}71 \times 10^{-2}$	50	1,192
7	$2{,}08 \times 10^{-2}$	55	1,428
8	$2{,}55 \times 10^{-2}$	60	1,732
9	$3{,}17 \times 10^{-2}$	65	2,145
10	$4{,}13 \times 10^{-2}$	70	2,747
11	$5{,}53 \times 10^{-2}$	75	3,732
12	$8{,}20\times 10^{-2}$	80	5,671

4) Representación gráfica de los puntos experimentales:



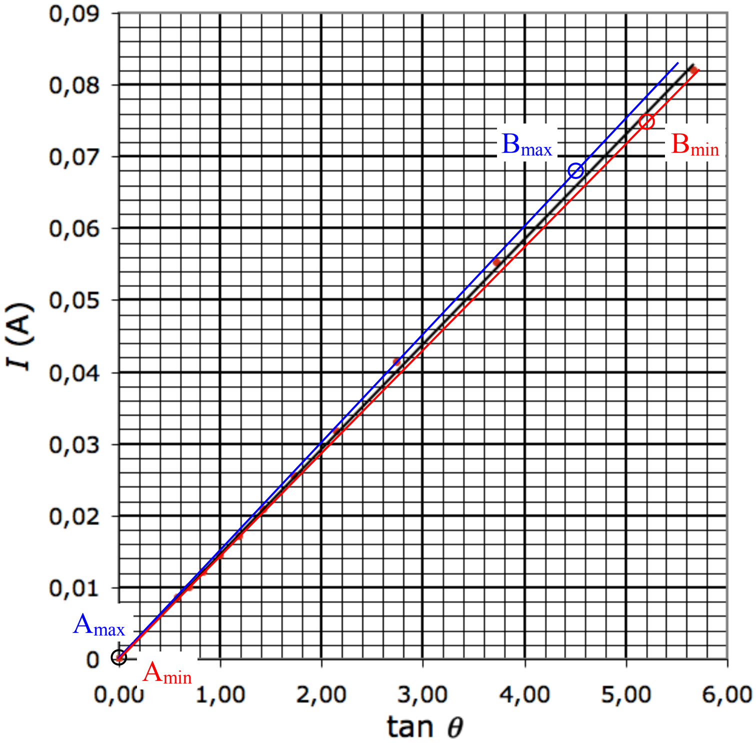
5) Trazamos la recta que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica. Tomamos dos puntos A y B alejados que pasen por esa recta, y a partir de ellos calculamos la pendiente:

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0,076 - 0,000}{5,20 - 0,00}$$

$$p = 0,0146 \text{ A}$$

El mismo resultado se obtiene utilizando el método analítico de "mínimos cuadrados".

6) A continuación se presenta una estimación gráfica de las rectas con pendientes máxima y mínima que se ajustan razonablemente a los puntos experimentales. Nótese que las rectas deben pasar por el origen de coordenadas, punto (0, 0).



A partir de los valores de la pendiente máxima y mínima obtenemos la incertidumbre:

$$p_{\max} = \frac{y_{\text{Bmax}} - y_{\text{Amax}}}{x_{\text{Bmax}} - x_{\text{Amax}}} = \frac{0,068 - 0,000}{4,50 - 0,00} = 0,0151 \text{ A}$$

$$p_{\min} = \frac{y_{\text{Bmin}} - y_{\text{Amin}}}{x_{\text{Bmin}} - x_{\text{Amin}}} = \frac{0,075 - 0,000}{5,20 - 0,00} = 0,0144 \text{ A}$$

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} = \frac{0,0151 - 0,0144}{2}$$

$$\Delta p = 0,0004 \text{ A}$$

Por tanto,

$$p = 0,0146 \pm 0,0004 \text{ A}$$

7) De la expresión (3), obtenida en el apartado 1, se tiene que la pendiente es

$$p = \frac{5\sqrt{5}\, r B_H}{8\mu_0 N}$$

Despejamos la componente horizontal del campo:

$$B_H = \frac{8\mu_0 N p}{5\sqrt{5}\, r} \qquad (4)$$

Con los datos del enunciado y la pendiente obtenida en el apartado 5 calculamos el valor numérico:

$$B_H = \frac{8 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 185 \times 0{,}0146}{5\sqrt{5} \times 9{,}50 \times 10^{-2}} = 2{,}56 \times 10^{-5}\ \mathrm{NA^{-2}\,m^{-1}}$$

$$B_H = 2{,}56 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

8) En la expresión (4), las únicas incertidumbres corresponden a la pendiente, *p*, y al radio, *r*. Así,

$$\Delta B_H = B_H \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2}$$

$$\Delta B_H = 2{,}56 \times 10^{-5} \sqrt{\left(\frac{0{,}0004}{0{,}0146}\right)^2 + \left(\frac{0{,}05}{9{,}50}\right)^2}$$

$$\Delta B_H = 0{,}07 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Por tanto,

$$B_H = (2{,}56 \pm 0{,}07) \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Con el promedio de tres medidas tomadas con la herramienta "magnetómetro" de la aplicación *Physics Toolbox Suite* se obtiene un valor de $2{,}53 \times 10^{-5}$ T para la componente horizontal del campo magnético terrestre en esa localidad (Salamanca).